FACHRICHTUNG 6.1
MATHEMATIK
Prof. Dr. A. K. Louis
B. Hahn

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

2. Übung zu 'Höhere Mathematik für Ingenieure II'
Sommersemester 2012

1. Aufgabe Lineare Abbildungen (Wiederholung) 1 + 1 + 1 = 3 Punkte

Gegeben ist die Darstellungsmatrix

$$\mathcal{M}_W^V(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

der linearen Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ bezüglich der Basen $V = \{v^1, v^2\}$ und $W = \{w^1, w^2, w^3\}$ mit

$$v^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v^2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad w^1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Basierend auf der Darstellungsmatrix soll nun zu gegebenem $x \in \mathbb{R}^2$ der Wert $\varphi(x) \in \mathbb{R}^3$ berechnet werden. Die Abbildung φ ist hierbei nur implizit durch die Darstellungsmatrix gegeben.

a) Bestimmen Sie zunächst die Koordinaten des Punktes $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ bezüglich der Basis V.

b) Verwenden Sie das Ergebnis von Teil a) um die Koordinaten des Punktes $\varphi(x)$ bezüglich der Basis W zu bestimmen.

c) Berechnen Sie nun den Wert $\varphi(x)$.

2. Aufgabe Darstellungsmatrix beim Basiswechsel 2 + 2 + 2 + 1 = 7 Punkte

Gegeben sind weiterhin die Abbildung φ sowie die Basen V, W aus Aufgabe 1.
Hinzu kommen zwei weitere Basen $A = \{a^1, a^2\}$ des $\mathbb{R}^2$ und $B = \{b^1, b^2, b^3\}$ des $\mathbb{R}^3$ mit den Vektoren

$$a^1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad a^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad b^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b^3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Im Folgenden soll zur Abbildung φ und den „neuen" Basen A und B die Darstellungsmatrix $\mathcal{M}_B^A(\varphi)$ berechnet werden.

a) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $\mathcal{T}_V^A$ des Basiswechsels von A nach V.

b) Berechnen Sie die Transformationsmatrix $\mathcal{T}_W^B$ des Basiswechsels von B nach W.

c) Berechnen Sie unter Verwendung der Matrix $\mathcal{M}_W^V(\varphi)$ aus Aufgabe 1 die Darstellungsmatrix $\mathcal{M}_B^A(\varphi)$.

d) Bestimmen Sie für $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ die Koordinaten des Punktes $\varphi(x)$ bezüglich der Basis B.

3. Aufgabe Stetigkeit 6 Punkte

Bestimmen Sie die Unstetigkeitsstellen der Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq -1 \\ x^2 - 2 & -1 < x < 0 \\ 3 - x & 0 \leq x < 2 \\ \dfrac{4x-1}{x-1} & 2 \leq x < 4 \\ x + 11 & x = 4 \\ \dfrac{15}{7-x} & 4 < x < 7 \\ 5x + 2 & 7 \leq x \end{cases}$$

Welche der Unstetigkeiten sind wesentlich, welche sind hebbar?

Abgabe am Mittwoch 09. Mai vor der Vorlesung.