



6. Übung zu 'Höhere Mathematik für Ingenieure II'
Sommersemester 2012

1. Aufgabe Kurvendiskussion

0.5 + 0.5 + 0.5 + 2.5 + 1 + 1 + 1 + 1 = 8 Punkte

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) := xe^{-1/x}.$$

- a) Geben Sie den Definitionsbereich an.
- b) Überprüfen Sie die Funktion auf Symmetrie.
- c) Bestimmen Sie die Nullstellen von f .
- d) Ermitteln Sie alle lokalen Extrema und geben Sie die Monotonieintervalle an.
- e) Bestimmen Sie die Wendepunkte der Funktion und geben Sie die Intervalle an, auf denen die Funktion konvex bzw. konkav ist.
- f) Berechnen Sie die links- und rechtseitigen Grenzwerte der Funktion an den Definitionslücken.
- g) Zeigen Sie, dass $A(x) = x - 1$ Asymptote des Graphen ist, d.h. dass gilt

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |f(x) - A(x)| = 0.$$

- h) Zeichnen Sie den Graphen von f , inklusive der Asymptote.

2. Aufgabe Existenz von Lösungen einer Gleichung

3 + 1 + 1 = 5 Punkte

Gegeben sei die Funktion

$$g(x) := \ln(x + 1) - 1 - \frac{x^2}{2}.$$

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich, die lokalen Extrema und Monotonieintervalle, sowie das Grenzverhalten der Funktion an den Rändern des Definitionsbereiches.
- b) Zeichnen Sie mit diesen Informationen die Funktion g .
- c) Wieviele Lösungen besitzt die Gleichung

$$\ln(x + 1) = \frac{x^2}{2} + 1 ?$$

Begründen Sie Ihre Antwort!

3. Aufgabe Riemannsches Integral

1.5 + 1 + 0.5 = 3 Punkte

Betrachten Sie die Funktion

$$f : [0, 1] \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := \begin{cases} 1 & x \in \mathbb{Q} \\ 0 & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}.$$

- a) Sei Z eine beliebige Zerlegung von $[0,1]$. Berechnen Sie Ober- und Untersumme von f bzgl. Z .
- b) Bestimmen Sie Ober- und Unterintegral von f .
- c) Ist f Riemann - integrierbar?

Hinweis: Die Menge $\mathbb{Q}$ liegt dicht in $\mathbb{R}$, d.h. in jedem Intervall $[a, b]$ mit $a < b \in \mathbb{R}$ liegt mindestens eine rationale Zahl.

Ebenso liegt die Menge $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ dicht in $\mathbb{R}$.

Abgabe am Mittwoch 06. Juni vor der Vorlesung.