



7. Übung zu 'Höhere Mathematik für Ingenieure II'  
Sommersemester 2012

1. Aufgabe Stammfunktionen

1.5 + 2.5 = 4 Punkte

a) Zeigen Sie :

$$F : (0, 1) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad F(x) := \ln(x \arcsin x)$$

ist Stammfunktion von

$$f(x) = \frac{x + \sqrt{1-x^2} \arcsin x}{x \sqrt{1-x^2} \arcsin x}.$$

b) Bestimmen Sie jeweils alle Stammfunktionen von

$$f_1(x) := (4x-1)^2 + e^{-2(x+1)} \quad \text{und} \quad f_2(x) := \frac{x^3}{1+x^4}.$$

2. Aufgabe Flächenberechnung

1.5 + 1.5 = 3 Punkte

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) := \begin{cases} \sin(x + \pi) & -\pi \leq x < 0 \\ x^3 - 3x^2 + 2x & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}.$$

a) Berechnen Sie  $\int_{-\pi}^3 f(x) dx$ .

b) Bestimmen Sie die gesamte Fläche, die sich im Intervall  $[-\pi, 3]$  zwischen dem Graphen der Funktion und der x-Achse befindet.

### 3. Aufgabe Partielle Integration

1.5 + 1.5 + 1 = 4 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale mittels partieller Integration:

a)  $\int_0^{\pi} x \cos x \, dx,$

b)  $\int_1^2 x^2 \ln x \, dx,$

c)  $\int \frac{\arctan x}{1+x^2} \, dx.$

### 4. Aufgabe Substitution

1.5 + 1.5 + 2 = 5 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mittels Substitution:

a)  $\int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} \, dx,$

b)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+3}} \, dx,$

c)  $\int \frac{\cos^3 x}{1-\sin x} \, dx.$

**Hinweis:** Verwenden Sie die Substitution  $u := \sin x$ , sowie Eigenschaften der trigonometrischen Funktionen.

**Abgabe am Mittwoch 20. Juni vor der Vorlesung.**