



9. Übung zu 'Höhere Mathematik für Ingenieure II'
Sommersemester 2012

1. Aufgabe Uneigentliche Integrale

1.5 + 1.5 = 3 Punkte

Berechnen Sie, falls existent, die folgenden uneigentlichen Integrale:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2x} dx,$

b) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

2. Aufgabe Uneigentliche Integrale II

2 + 2 + 2 = 6 Punkte

Untersuchen Sie, ob die folgenden Integrale (absolut) konvergieren:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{1+x^2} dx,$

b) $\int_0^2 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^3(5-x)} dx,$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sin x} dx.$

Hinweis: Führen Sie zunächst eine geeignete Substitution durch.

3. Aufgabe Integration II

1.5 + 1.5 = 3 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_0^2 \frac{1}{x-1} dx,$

b) $\int_1^2 \ln\left(\frac{1}{x}\right) dx.$

4. Aufgabe Numerische Integration

0.5 + 1.5 + 0.5 + 1.5 = 4 Punkte

Betrachten Sie das Polynom

$$p(x) := \frac{3}{8}x^4 - \frac{5}{4}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + \frac{9}{4}x + 1,$$

sowie das Integral

$$\int_{-1}^2 p(x) dx.$$

- a) Berechnen Sie den exakten Wert des Integrals.
- b) Approximieren Sie das Integral jeweils mit der Trapez- und der Simpsonregel und berechnen Sie den jeweiligen Fehler.
- c) Welche Newton-Cotes Formel müssten Sie verwenden, um das Polynom exakt zu integrieren?
- d) Zerlegen Sie nun das Intervall $[-1, 2]$ in Teilintervalle $[x_i, x_{i+1}]$ mit

$$x_i = -1 + ih, \quad h = \frac{1}{2}, \quad i = 0 \dots 5,$$

und approximieren Sie das Integral mit der zusammengesetzten Trapezregel.

Abgabe am Mittwoch 04. Juli vor der Vorlesung.