



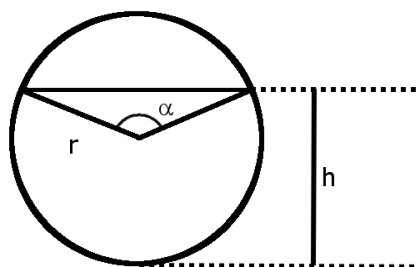
2. Übung zu „Höhere Mathematik für Ingenieure IV“  
Vorlesungsteil A, Sommersemester 2012

1. Aufgabe Newton - Verfahren

2 + 0.5 + 2 + 0.5 = 5 Punkte

Herr K. läßt sich im Keller drei baugleiche liegende zylindrische Öltanks mit einem Verfassungsvermögen von je 1500 Litern einbauen. Die Konstruktion sei derart, dass das Öl in allen Tanks immer gleich hoch stehe. Nach der Erstlieferung von angeblich 3000 Litern möchte Herr K. nachprüfen, ob tatsächlich die angegebene Menge Öl geliefert worden ist. Er kennt zwar den Radius  $r = 0.75$  m, jedoch nicht die Länge  $L$  der Tanks. Außerdem kann er die Füllhöhe  $h$  der Tanks messen. Wie hoch müsste das Öl stehen, wenn 3000 Liter Öl geliefert worden sind?

- Leiten Sie eine vom Radius  $r$ , der Tanklänge  $L$  sowie vom Winkel  $\alpha$  (vgl. Skizze) abhängige Formel für das Volumen  $V_{\text{Luft}}$  des mit Luft gefüllten Teils des Tanks her.
- Bilden Sie den Quotienten  $V_{\text{Luft}}/V_{\text{Tank}}$ , der eine nichtlineare Gleichung für den Winkel  $\alpha$  liefert.
- Bestimmen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens eine Näherungslösung für  $\alpha$ . Wählen Sie als Startwert  $\alpha_0 = 2.5$ .
- Berechnen Sie die Füllhöhe  $h$ , wenn tatsächlich 3000 Liter geliefert worden sind.



2. Aufgabe Newton - Verfahren 2D

0.5 + 2 + 1 + 1.5 = 5 Punkte

Die Schnittpunkte der Ellipse

$$\frac{x_1^2}{16} + \frac{x_2^2}{4} = 1$$

mit dem Kreis

$$x_1^2 + x_2^2 = 9$$

sollen numerisch bestimmt werden.

- Geben Sie das zugehörige Nullstellenproblem mit einer Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  an.
- Berechnen Sie einen Schritt des Newton-Verfahrens zur Lösung des in a) aufgestellten Nullstellenproblems. Wählen Sie als Startwert  $x_{(0)} = (2, 2)^T$ .
- Beurteilen Sie die Qualität des berechneten Iterationspunktes  $x_{(1)}$  anhand einer Zeichnung.
- Überprüfen Sie, ob der Startwert  $x_{(0)} = (0, 0)^T$  zum Auffinden einer Nullstelle der Funktion  $f$  mit dem Newton-Verfahren geeignet ist. Begründen Sie Ihre Antwort.