



6. Übung zu „Höhere Mathematik für Ingenieure IV“
Vorlesungsteil A, Sommersemester 2012

1. Aufgabe Stabilitätsgebiet des Dormand/Prince-Verfahrens

2 + 2 = 4 Punkte

Finden Sie in der Literatur oder im Internet eine Skizze des Stabilitätsgebietes des Dormand/Prince-Verfahrens dopri5 bzw. ode45.

- Schätzen Sie anhand der Skizze den Wert von μ^* mit $S \cap \mathbb{R}^- = [\mu^*, 0]$. Eine Nachkommastelle genügt.
- Betrachten Sie das Testproblem

$$\dot{y} = -1000 y, \quad t > 0, \quad y(0) = 1.$$

Wie groß darf die Schrittweite maximal sein, um numerische Stabilität (A-Stabilität) des Verfahrens zu gewährleisten?

2. Aufgabe Stabilität, Klausur 2011

1 + 2 + 2 + 1 = 6 Punkte

Gegeben sei die implizite Trapezregel

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} [f(t_k, y_k) + f(t_{k+1}, y_{k+1})]. \quad (1)$$

- Geben Sie das Butcher-Schema zu diesem Verfahren an.

- Zeigen Sie, dass $R(\mu) = \frac{1 + \frac{\mu}{2}}{1 - \frac{\mu}{2}}$ die Stabilitätsfunktion zu (1) ist.

Hinweis: Für $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mit $ad - bc \neq 0$ ist $M^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

- Berechnen und skizzieren Sie das Stabilitätsgebiet für (1).
- Gibt es im Hinblick auf A-Stabilität eine Beschränkung der Schrittweite, wenn das Verfahren auf das Testproblem

$$\dot{y} = -200 y, \quad t > 0,$$

$$y(0) = 1$$

angewendet wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

Abgabe am Dienstag, 10.07.2012 vor der Vorlesung.