



1. Übungsblatt zu 'Optimierung'

Aufgabe 1

3 Punkte

a) Lösen Sie das folgende lineare Programm grafisch:

$$\begin{array}{ll} \min & x_1 + x_2 \\ \text{u.d.N.} & 2x_1 + 3x_2 \geq 15 \\ & 4x_1 + x_2 \geq 20 \\ & x_1 - x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

b) Ändert sich die Lösung, wenn man die Zielfunktion zu $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$ modifiziert?

Aufgabe 2

3 + 1 = 4 Punkte

Ein Unternehmen stellt zwei Arten von Lampen mit Metallgehäuse her. Unabhängig vom Typ der Lampe werden dazu zwei Einheiten elektronischer Komponenten zur Produktion einer Lampe benötigt. Zudem werden für die Fertigung von Lampen vom Typ 1 (bzw. 2) eine (bzw. drei) Einheiten der Metallteile gebraucht. Zur Produktion stehen 200 Einheiten der Metallteile und 300 Einheiten der elektronischen Komponenten zur Verfügung. Der Gewinn pro Lampe vom Typ 1 beträgt 1 Euro, für Lampen vom Typ 2 erhält man 2 Euro. Man geht davon aus, dass vom Typ 1 beliebig viele Exemplare abgesetzt werden können, jedoch vom Typ 2 höchstens 50 Stück verkauft werden.

- Wie viele Lampen von jeder Sorte sind zur Maximierung des Gewinns zu produzieren? Stellen Sie ein lineares Programm auf und bestimmen Sie die Lösung mit Hilfe einer Grafik.
- Wie hoch müsste der Absatzpreis pro Lampe vom Typ 2 mindestens sein, so dass die Produktion von 50 Lampen von jedem Typ optimal wäre?

Aufgabe 3**2,5 + 2,5 = 5 Punkte**

a) Bestimmen Sie alle Extrempunkte der Halbebene

$$M_1 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \geq 0\}$$

und des abgeschlossenen Einheitskreises

$$M_2 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid \|x\|_2 \leq 1\}.$$

b) Bringen Sie die Menge

$$M_3 = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 + x_2 \leq 4, x_2 \leq 2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$$

in die kanonische Form

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$$

und bestimmen Sie alle Basislösungen des Systems $Ax = b$.Welche geometrische Bedeutung haben diese Basislösungen für M_3 ?**Abgabe: Donnerstag, 03.05.12 vor der Vorlesung.****Die Übungen finden mittwochs 12:00 bis 13:30 im Seminarraum 1 (Geb. E 2 5) statt.**