



## 2. Übungsblatt zu 'Optimierung'

### Aufgabe 1

2 + 1 = 3 Punkte

Ein Hersteller produziert zwei Artikel, welche aus Teilen bestehen, die geschnitten, zusammengebaut, lackiert und fertiggestellt werden müssen. Zur Fertigung dieser Produkte werden vier Abteilungen eingesetzt. Die zur Herstellung benötigte Zeit (in Stunden pro Einheit) und die maximale Kapazität (in Stunden pro Woche) ist in folgender Tabelle eingetragen.

	Produkt 1	Produkt 2	Abteilungskapazität
1. Abteilung	5	6	450
2. Abteilung	10	8	800
3. Abteilung	7	0	490
4. Abteilung	0	5	250

Produkt 1 bringt einen Gewinn von 100 Euro, für Produkt 2 erhält man 300 Euro pro Einheit.

- Wie viele Einheiten der beiden Produkte sollten hergestellt werden, um einen möglichst hohen Gewinn zu erzielen und wie hoch ist der maximale Gewinn? Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe einer Grafik.
- Analysieren Sie das optimale Produktionsprogramm und geben Sie eine allgemeine Empfehlung hinsichtlich der Abteilungskapazitäten an die Betriebsleitung ab.

### Aufgabe 2

3 Punkte

Bringen Sie das folgende lineare Programm in Normalform:

$$\begin{aligned} \max \quad & 2x_1 + 4x_2 + x_3 \\ \text{u.d.N.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \leq 8 \\ & 3x_2 + x_3 = 6 \\ & 0 \leq x_1 \leq 3 \\ & x_3 \leq 2. \end{aligned}$$

**Hinweis:** Zerlegen Sie nicht vorzeichenbeschränkte Variablen gemäß  $x = x^+ - x^-$ ,  $x^+, x^- \geq 0$ .

**Aufgabe 3****4 Punkte**

Sei  $M = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$  beschränkt, wobei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $m \leq n$  und  $b \in \mathbb{R}^m$  gilt.  
Zeigen Sie für das Optimierungsproblem

$$\begin{array}{ll} \min & c^T x \\ \text{u.d.N.} & x \in M \end{array}$$

die folgende Aussage:

Ein zulässiger Punkt ist genau dann optimal, wenn er sich als Konvexkombination von Ecken darstellen lässt, welche ebenfalls Lösung des Optimierungsproblems sind.

**Aufgabe 4****2 + 3 + 1 = 6 Punkte**

Gegeben sei das lineare Programm (LP):

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 2x_2 \\ \text{u.d.N.} & x_1 \leq 4 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ & -x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

- Überführen Sie (LP) in die kanonische Form.
- Wenden Sie das Simplex-Verfahren zur Lösung von (LP) an.
- Überprüfen Sie das Ergebnis graphisch.

**Abgabe am Donnerstag, 10.05.12 vor der Vorlesung.**