



6. Übung zu 'Inverse Probleme mit Anwendungen in der Bildrekonstruktion'  
Sommersemester 2015

1. Aufgabe Radon Transformation

3 Punkte

Berechnen Sie die Radon Transformation der charakteristischen Funktion  $\chi_M(x)$  mit

$$M := \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid \left(x_1 - \frac{1}{2}\right)^2 + x_2^2 > \frac{1}{4}, x_1^2 + x_2^2 \leq 1 \right\}.$$

**Hinweis:** Stellen Sie  $\chi_M$  dar als

$$\chi_M(x) = \chi_{V_1(0)}(Ax)$$

mit einer geeigneten Matrix  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

2. Aufgabe Rückprojektion

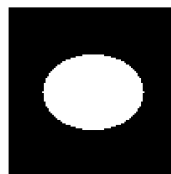
3 Punkte

Bestimmen Sie die adjungierten Operatoren von  $\mathcal{R}_\theta : L_2(V_1(0)) \rightarrow L_2([-1, 1])$ ,  $\theta \in S^{N-1}$ , und  $\mathcal{R} : L_2(V_1(0)) \rightarrow L_2(S^{N-1} \times [-1, 1])$ .

3. Aufgabe Rekonstruktion aus Radon-Daten

8 Punkte

Testen Sie die in Matlab implementierten Routinen *radon* und *iradon* zur Radon- und inversen Radon-Transformation. Erstellen Sie dazu die folgenden  $100 \times 100$ -Pixel-Bilder. Die weiße Fläche habe den Wert 1, die schwarze den Wert 0.



Transformieren Sie die entsprechenden Matrizen mit *radon*. Verwenden Sie die Abtastwinkel und Abtastgenauigkeiten  $\theta_0 = 0$ ,  $\theta_1 = 0 : 10 : 90$ ,  $\theta_2 = 0 : 5 : 175$  und  $\theta_3 = 0 : 1 : 179$ . Führen Sie dann mit *iradon* die Rücktransformation aus und interpretieren Sie die Ergebnisse.

**Abgabe am Montag 27. Juli vor der Vorlesung.**