FACHRICHTUNG 6.1
MATHEMATIK
Prof. Dr. A. K. Louis
Dr. G. Rigaud

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

7. Übungsblatt zu 'Spezielle Funktionen'

Aufgabe 1 (3+3 = 6 Punkte)

Seien T_n die *Tschebyscheff-Polynome 1. Art* und U_n die *Tschebyscheff-Polynome 2. Art*.
Zeigen Sie:

a) $T_n(x) = U_n(x) - x\,U_{n-1}(x)$,

b) $(1-x^2)\,U_{n-1}(x) = x\,T_n(x) - T_{n+1}(x)$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Beweisen Sie: $T_n(x)$ and $\sqrt{1-x^2}\,U_{n-1}(x)$ sind unabhängige Lösungen der Tschebyscheff Differentialgleichung

$$(1-x^2)y'' - xy' + n^2y = 0.$$

Aufgabe 3 (3+2+2+3 = 10 Punkte)

Die Hermite Differentialgleichung ist

$$y'' - 2xy' + 2ny = 0, \qquad n \in \mathbb{N}.$$

1. Suchen Sie eine Lösung des Typ $\sum_{n\in\mathbb{N}} c_n x^n$.
2. Leiten Sie zwei Lösungen her und zeigen Sie, dass sie Polynome vom Grad n sind. Es geht um die Hermite Polynome $H_n(x)$.
3. Finden Sie die Differentialgleichung, welche als Lösung die Weber-Hermite Funktion vom Grad n
$$u_n(x) = H_n(x)e^{-x^2/2}$$
hat.
4. Anwendung: Die Schrodinger Gleichung des 1D harmonischen Oszillator schreibt sich
$$\psi'' + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{m\omega^2}{2}x^2\right)\psi = 0$$
wobei E die Energie, m die Masse, $\hbar$ die Planck Konstante und ω die Eigenkreisfrequenz des Oszillators sind. Geben Sie die Lösung mit 3.

Abgabetermin: 11.1.16 vor der Vorlesung

Übungstermin: 12.1.16 um 10Uhr c.t. in Gebäude E2.4, Seminarraum 7 (203)