FACHRICHTUNG 6.1
MATHEMATIK
Dr. Bernadette Hahn

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

4. Übung zu 'Compressed Sensing in der Bildrekonstruktion'
Wintersemester 2015/16

1. Aufgabe — 2 + 4 = 6 Punkte

a) Zeigen Sie: Eine Matrix A erfüllt die RIP der Ordnung 1 mit $\delta_1 < 1$ falls keine Spalte l_2-Norm $\sqrt{2}$ oder größer hat.

b) Betrachten Sie
$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & -1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$
Zeigen Sie, dass B die RIP der Ordnung 2 mit $\delta_2 = 1/\sqrt{2}$ erfüllt.

2. Aufgabe — 2 + 3 = 5 Punkte

a) Sei $A \in \mathbb{R}^{(N-1)\times N}$ mit $\dim(\mathcal{N}(A)) = 1$. Zeigen Sie, dass A die Nullraumbedingung für kein $s > \frac{N}{2}$ erfüllt.

b) Geben Sie eine 4×5 Matrix an, so dass 2-sparse Vektoren eindeutig durch Lösen von (P1) rekonstruiert werden. Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Aufgabe — 4 Punkte

In der Vorlesung wurde die folgende Implikation gezeigt:

$$A \in \mathbb{R}^{M\times N} \text{ erfüllt die RIP mit } \delta_{2s} < \sqrt{2} - 1 \quad \Longrightarrow \quad A \text{ erfüllt die Nullraumbedingung der Ordnung } s.$$

Zeigen Sie, dass die Umkehrung im Allgemeinen **nicht** gilt.

Hinweis: Untersuchen Sie, wie sich $\delta_{2s}(\alpha A)$ mit $0 < \alpha \in \mathbb{R}$ in Bezug auf $\delta_{2s}(A)$ verhält.

Abgabe am Freitag 18. Dezember vor der Vorlesung.