

Modellierung ehelicher Interaktionen

Stefanie Maria Clemens



20.11.2012

Literatur: J. D. Murray: Mathematical Biology: I. An
Introduction, Third Edition, Springer

Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

Experiment von Gottman und Levenson

Grundlagen und Ziele:

- Psychologie relativ neues Anwendungsgebiet mathematischer Modellierung
- Vorhersage und eventuell Prävention von Scheidung
- Theorie durch Daten
- Längsschnittstudie: 73 Paare zwischen 1983 und 1987

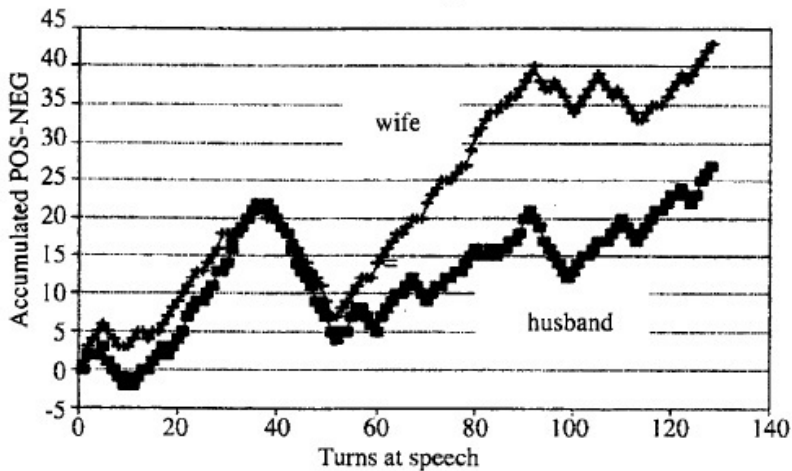
Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

Codierung

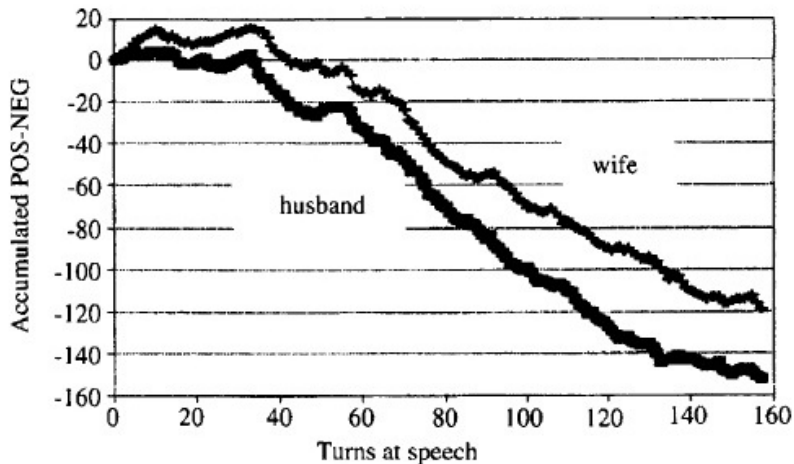
- Rapid Couple Interaction Scoring System (RCISS)
- Auswertung von Videoaufnahmen eines Streitgesprächs (15 min)
- Graph: akkumulierte Differenz zwischen positiven und negativen Äußerungen und Emotionen
- → Einteilung der Paare in *Ausgeglichen* und *Unausgeglichen*
- äquivalent zu *Niedriges Risiko* und *Hohes Risiko*
- hier: 42 ausgeglichene und 31 unausgeglichene Paare

Low risk couple



(a)

High risk couple



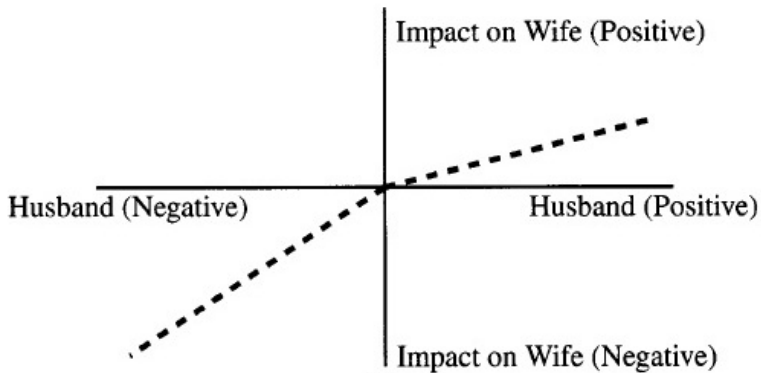
(b)

Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

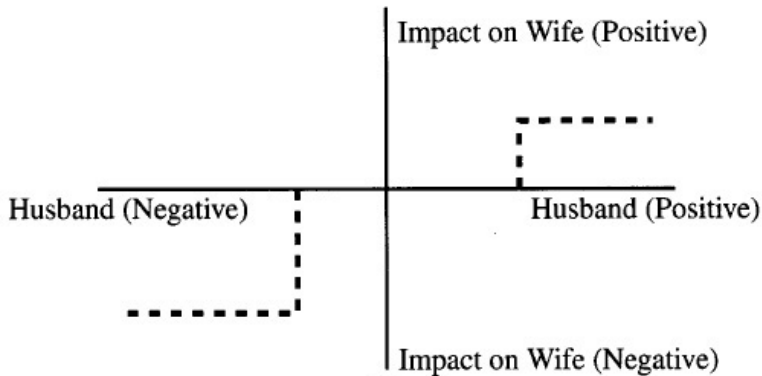
Modellierung - Einflussfunktion

- Aktion des einen Partners beeinflusst Reaktion des anderen
- horizontale Achse: RCISS-Wert
hier: H_t ist der RCISS-Wert des Ehemannes
- vertikale Achse: darauf folgende Reaktion des Ehepartners
hier: $I_{HW}(H_{t+1})$ Einfluss auf den nächsten Wert der Ehefrau W_{t+1}
- verschiedene Formen der Einflussfunktion: lineare Steigerung oder konstante Reaktion, sobald ein Wert überschritten wird



(b)

Quelle: J. D. Murray: Mathematical Biology: I. An Introduction, Third Edition, Springer



(a)

Quelle: J. D. Murray: Mathematical Biology: I. An Introduction, Third Edition, Springer

Modellgleichungen

Interaktion bedeutet individuelles Verhalten als Reaktion auf vorherige Aktion.

RCISS-Werte von Ehefrau (W_t) und Ehemann (H_t) zum Zeitpunkt t^1 werden also als Funktionen aufgefasst:

$$W_{t+1} = f(W_t, H_t)$$

$$H_{t+1} = g(W_{t+1}, H_t)$$

Annahme: Frau spricht zuerst, daher Asymmetrie der Indizes

¹hier: nicht als physikalische Größe, sondern Wechsel des Sprechenden

Bestimmung der Funktionen f und g

Annahmen:

- Werte einer Person haben beeinflusste und unbeeinflusste Komponenten.
- Unbeeinflusste Komponente des Verhaltens einer Person: Temperament, Stimmung, wird von der Person unabhängig vom Streitgespräch gezeigt; aber auch angestaute Gefühle aufgrund vorheriger Gespräche.

Unbeeinflusster stationärer Zustand:

- jedes Individuum erreicht diesen Zustand irgendwann, egal wie positiv oder negativ vorheriges Gespräch war
- modelliert als Lineare Gleichung

$$P_{t+1} = r_i P_t + a_i$$

wobei r_i die *Beharrlichkeit* ist, d.h. der Grad der Rückkehr zum stationären Zustand, und a_i eine Konstante

- Mit Anfangswert P_0 und Iteration erhält man:

$$P_t = r_i^t P_0 + \frac{a_i(1 - r_i^t)}{1 - r_i}$$

- für $|r_i| < 1$ ist der stationäre Zustand stabil, für $|r_i| > 1$ instabil

Andere Herangehensweise von Cook et al. (1995):

- Mit der Einflussfunktion $I_{AB}(A_t)$ (Einfluss von Person A auf den Zustand von Person B zum Zeitpunkt t) gilt:

$$W_{t+1} = I_{HW}(H_t) + r_1 W_t + a$$

$$H_{t+1} = I_{WH}(W_{t+1}) + r_2 H_t + b$$

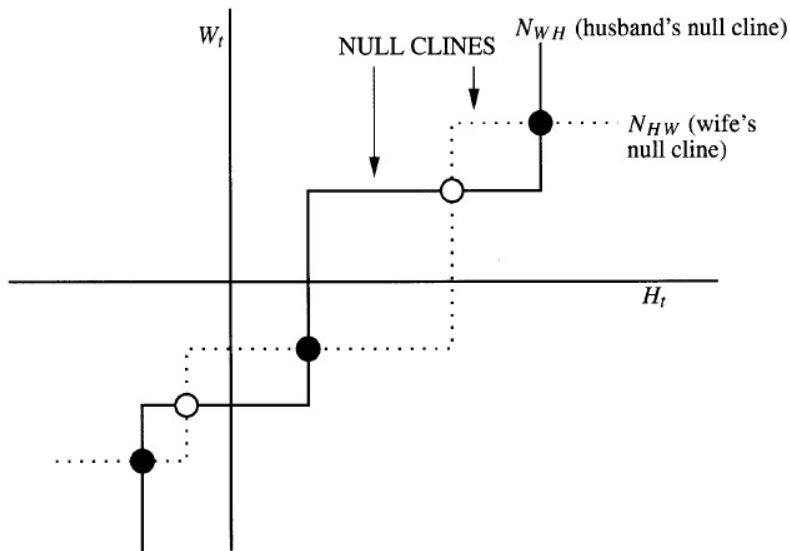
- Bestimmung der Einflussfunktion und der Parameter durch Werte aus der Erhebung

Beeinflusster stationärer Zustand:

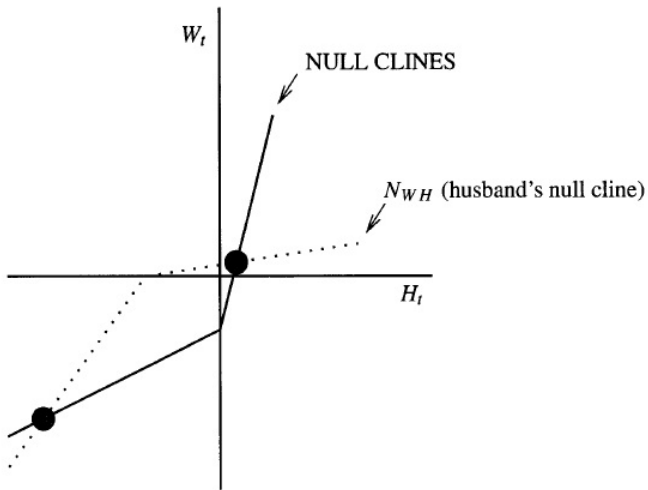
- Zeichne Isoklinen (haben die gleiche Form wie die Einflussfunktion, aber verschoben und gestreckt)

$$N_{HW} : W(H_t) = \frac{I_{HW}(H_t) + a}{(1 - r_1)}$$
$$N_{WH} : H(W_t) = \frac{I_{WH}(W_t) + b}{(1 - r_2)}$$

- Schnittpunkte der Isoklinen sind die stationären Zustände
- diese heißen auch *beeinflusste stationären Zustände*
- Interpretation: Werte der Ehepartner bleiben konstant bis zur nächsten Wende im Gespräch



(a)



(b)

Quelle: J. D. Murray: Mathematical Biology: I. An Introduction, Third Edition, Springer

Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

Stabilität

- Modellgleichungen:

$$W_{t+1} = I_{HW}(H_t) + r_1 W_t + a$$

$$H_{t+1} = I_{WH}(W_{t+1}) + r_2 H_t + b$$

- Für W_S, H_S stationäre Zustände und $|w_t|, |h_t|$ sehr klein
setze

$$W_t = W_S + w_t$$

$$H_t = H_S + h_t$$

in Modellgleichungen ein

- Taylorentwicklung (nur lineare Terme):

$$\begin{aligned}
 W_{t+1} &= W_S + w_{t+1} \\
 &= I_{HW}(H_S + h_t) + r_1(W_S + w_t) + a \\
 &\approx I_{HW}(H_S) + h_t I'_{HW}(H_S) + r_1(W_S + w_t) + a
 \end{aligned}$$

- vereinfacht sich mit $W_S = I_{HW}(H_S) + r_1 W_S + a$ zu

$$w_{t+1} = r_1 w_t + I'_{HW}(H_S) h_t$$

- ebenso erhält man

$$h_{t+1} = r_2 h_t + I'_{WH}(W_S) w_{t+1}$$

- Folgendes System linearer Differentialgleichungen ist zu lösen:

$$\begin{pmatrix} w_{t+1} \\ h_{t+1} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} r_1 & l'_{HW}(H_S) \\ r_1 l'_{WH}(W_S) & r_2 + l'_{WH}(W_S) l'_{HW}(H_S) \end{pmatrix}}_{=:M} \begin{pmatrix} w_t \\ h_t \end{pmatrix}$$

- M ist die Stabilitätsmatrix

- Berechnen des Eigenwertes λ von M ; für $|\lambda| < 1$ ist das System stabil
- Aus $\det(M - \lambda E) = 0$ folgt:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\left(r_1 + r_2 + l'_{WH} l'_{HW} \right) \pm \left(\left(r_1 + r_2 + l'_{WH} l'_{HW} \right)^2 - 4r_1 r_2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

- Mit der Stabilitätsbedingung folgt dann:

$$l'_{WH}(W_S) l'_{HW}(H_S) < (1 - r_1)(1 - r_2)$$

graphische Interpretation:

- Isoklinen:

$$N_{HW} : W = \frac{I_{HW}(H) + a}{(1 - r_1)}$$
$$N_{WH} : H = \frac{I_{WH}(W) + b}{(1 - r_2)},$$

wobei N_{HW} die Isokline der Ehefrau und N_{WH} die des Ehemannes

- differenzieren:

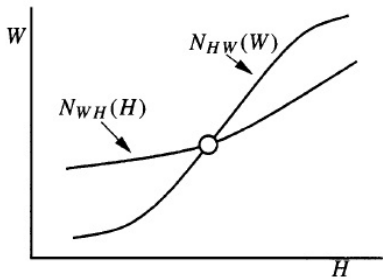
$$\left. \frac{dW}{dH} \right|_{N_{HW}} = \frac{I'_{HW}(H)}{1 - r_1},$$

$$\left. \frac{dH}{dW} \right|_{N_{WH}} = \frac{I'_{WH}(W)}{1 - r_2}$$

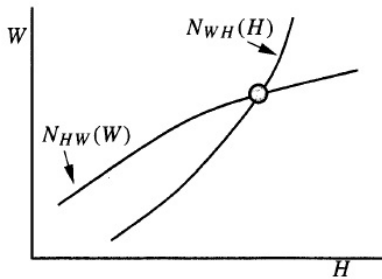
- Aus $I'_{WH}(W_S)I'_{HW}(H_S) < (1 - r_1)(1 - r_2)$ folgt dann:

$$\left. \frac{dH}{dW} \right|_{N_{WH}(W_S, H_S)} \cdot \left. \frac{dW}{dH} \right|_{N_{HW}(W_S, H_S)} < 1$$

$$\iff \left. \frac{dW}{dH} \right|_{N_{HW}(W_S, H_S)} < \left. \frac{dW}{dH} \right|_{N_{WH}(W_S, H_S)}$$



(a) unstable

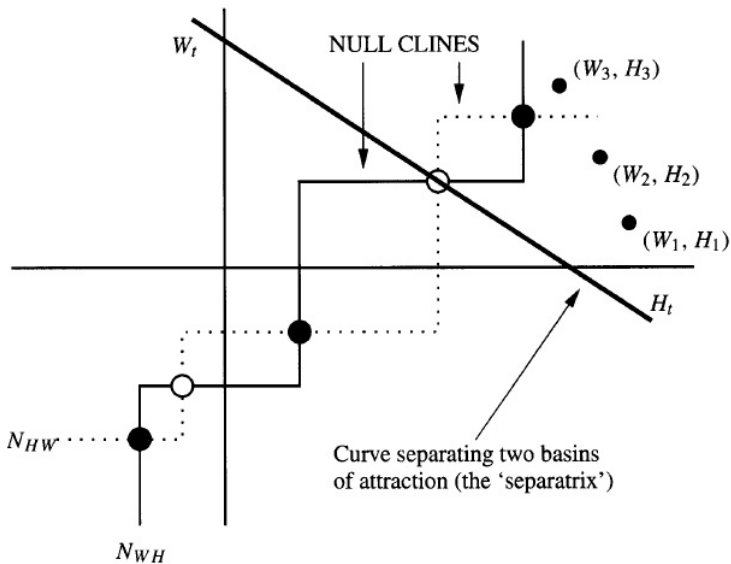


(b) stable

Quelle: J. D. Murray: Mathematical Biology: I. An Introduction, Third Edition, Springer

Folgerungen:

- Ungerade Anzahl stationärer Punkte
- Zwischen zwei stabilen Punkten liegt immer ein instabiler
- Bei unendlicher Steigung ist das Stabilitätskriterium verletzt
- Jeder stabile stationäre Zustand hat ein Anziehungsgebiet, d.h. je nach Startwert wird der im selben Anziehungsgebiet liegende stationäre Zustand erreicht
- Je zwei Anziehungsgebiete durch *Separatrix* geteilt

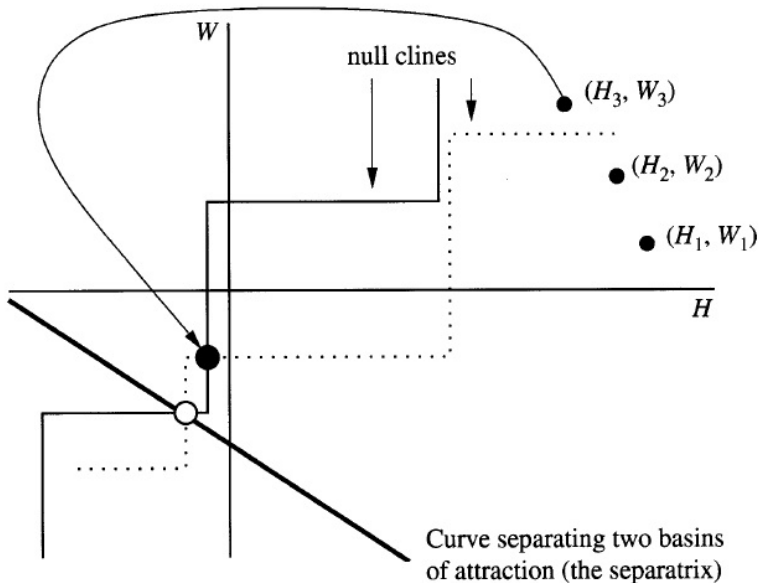


Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

Interpretation

- Gesprächsverlauf vorhersehbar: je nachdem in welchem Anziehungsgebiet der Startwert liegt, läuft das Gespräch auf den stabilen stationären Zustand, welcher in diesem Gebiet liegt, hinaus
- Je nach Einflussfunktion und Unbeeinflusster Komponente hat ein Paar mehrere stationäre Zustände
- Problem: Ehepaar kann nur negative stationäre Zustände besitzen → alle Gespräche verlaufen negativ
- langanhaltende Partnerschaften haben mehr positive stationäre Zustände



Scheidungsstatistik

Nach 4 Jahren:

- 12,5% der Paare geschieden, 49,3% dachten darüber nach, 24,7% waren für einen durchschnittlichen Zeitraum von 8,1 Monaten getrennt
- Problem: Auflösung einer Ehe dauert normalerweise länger als Erhebungszeitraum
- Ergebnisse nach Typen aufgespalten:
 - 1 32% der Paare mit niedrigem Risiko dachten über eine Trennung nach, verglichen mit 70% der Paare mit hohem Risiko
 - 2 17% der ausgeglichenen Paare und 37% der unausgeglichenen Paare trennten sich in den 4 Jahren
 - 3 7% der Paare niedrigen Risikos und 19% der Paare hohen Risikos wurden tatsächlich geschieden

Ziele, Zukunft

- Paartherapie: Wiederherstellung eines positiven stationären Zustandes
- Frage: Inwieweit ist der unbeeinflusste stationäre Zustand veränderbar? (Innere Einstellung? oder von Zustand der Ehe abhängig?) → Vergleich mit Interaktionen mit anderen Gesprächspartnern
- Verschiedene Experimente, Variation der Parameter
- Modellierung komplexerer Gleichungen (mehr abhängige Variablen statt Konstanten)
- Zeitverzögerung als Parameter → periodische Lösungen
- Rolle eines Dritten (Baby) → drei Gleichungen → Chaos!

Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

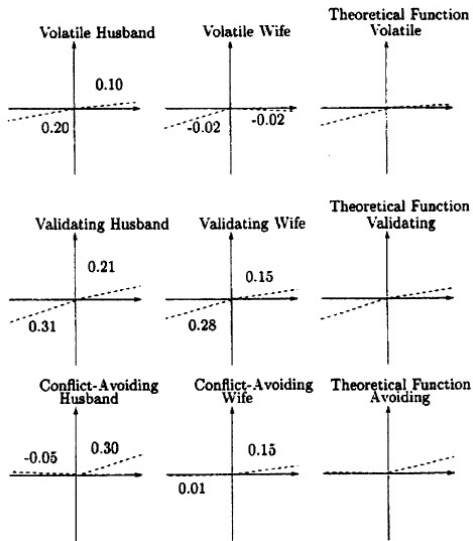
Exkurs: Speziellere Typen von Paaren

- Unterteilung der ausgeglichenen Paare in *Bestätigende*, *Unberechenbare* und *Ausweichende*
- hatten alle etwa gleichen Quotient aus positiven und negativen RCISS-Werten, aber:
- Unberechenbare: Viele positive und viele negative
- Bestätigende: Einige positive und einige negative
- Ausweichende: Wenige positive und wenige negative

Interpretation

- Unberechenbare: Romantisch und leidenschaftlich, aber ständiges Gezänk; starke Beeinflussung
- Bestätigende: Ruhiger, intimer, eher freundschaftlich; Beeinflussung erst nach dem ersten Drittel des Gesprächs
- Ausweichende: Vermeiden Konfrontationen, Gefahr der Vereinsamung; kein Versuch der Beeinflussung

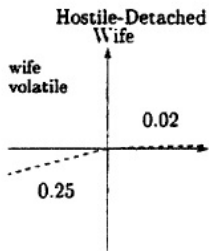
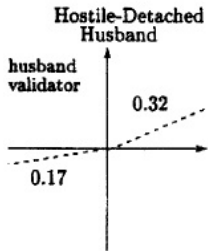
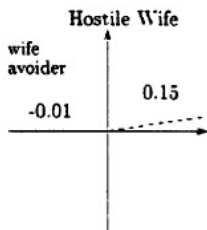
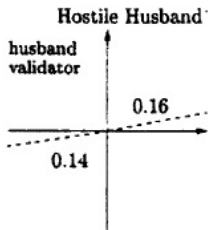
Einflussfunktionen



Einteilung der Paare mit hohem Risiko:

- Paare mit hohem Risiko eingeteilt in *Feindselige* und *Feindselig-Abgesonderte*
- Feindselig-Abgesonderte noch verachtender als Feindselige und schlechtere Zuhörer
- Problem: Keine Einflussfunktion möglich
- Hypothese: Unterschiedliche Beeinflussungstypen (s. positive Typen), also „passen nicht zusammen“

Einflussfunktionen



Gliederung

- 1 Experiment von Gottman und Levenson
 - Codierung
 - Modellierung
 - Stabilität
- 2 Interpretation und Ausblick
- 3 Exkurs: Untergruppen
- 4 Fazit

Fazit

- Problem: Subjektive Wahrnehmung von positiven und negativen Aussagen
- andere Einflussfaktoren?
- menschliches Verhalten vorhersehbar?
- Natürlichkeit des aufgezeichneten Gesprächs?
- 73 Paare repräsentativ?
- aber: neues Gebiet der mathematischen Modellierung, Weiterentwicklung
- wird schon erfolgreich in Paartherapien angewandt