Katalytische Hyperzyklen

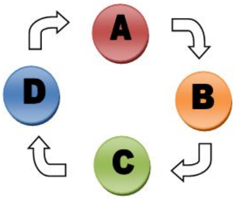
Lara Münster

20.12.2011

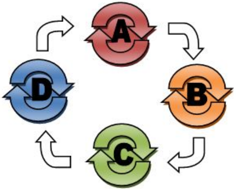
Literatur: Hofbauer J., Sigmund K. (1998). *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press: Cambridge

Ziel des Vortrags

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?
- Theorie Manfred Eigen
- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?
- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?
- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

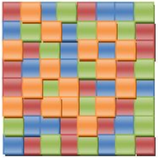


$\longrightarrow$ Bei einem Kreisprozess trägt A zur Entstehung von B bei, B zur Entstehung von C,...

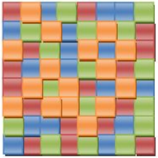


$\longrightarrow$ Ein Hyperzyklus ist eine zyklische Folge von mehreren (hier: 4) Einzelzyklen.
Das heißt: A trägt zur Entstehung von B bei **und** der eigenen Replikation. Durch die Replikation wird wiederum zur Verstärkung der Reproduktion von B beigetragen.

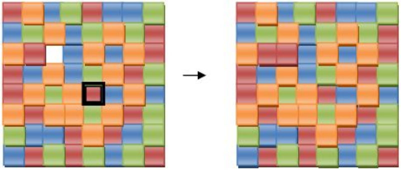
1. Wir verteilen zunächst je 16 Quadratplättchen jeder Farbe auf unserem 8x8 Spielfeld.



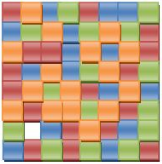
1. Wir verteilen zunächst je 16 Quadratplättchen jeder Farbe auf unserem 8x8 Spielfeld.



2. Wir würfeln mit dem Oktaederwürfel welcher Spielstein entfernt wird: $(3, 3)$
   Danach würfeln wir nocheinmal: Der Stein, dessen Koordinaten wir nun würfeln $(5, 5)$, darf verdoppelt werden, wenn ein unmittelbarer Nachbar die Farbe des Vorgängers im Zyklus hat.

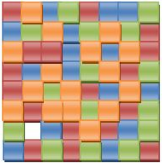


3 Wir würfeln, um den nächsten Spielstein zu entfernen.
$(7, 2)$ wird entfernt.

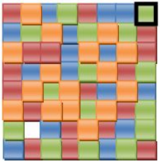


Spielidee aus: Eigen M.(1985). *Das Spiel - Naturgesetze steuern den Zufall*. Piper-Verlag: München

3 Wir würfeln, um den nächsten Spielstein zu entfernen. $(7, 2)$ wird entfernt.

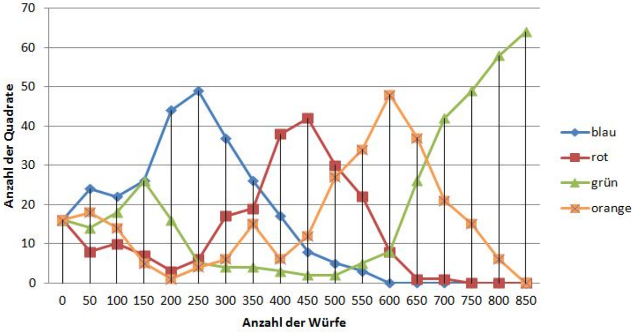


4 Besitzt ein Stein $(1, 8)$, keinen Nachbarn mit der bestimmten Farbe, bleibt das leere Kästchen frei.



Spielidee aus: Eigen M.(1985). *Das Spiel - Naturgesetze steuern den Zufall*. Piper-Verlag: München

Per Computer zeigt sich, wie sich die Population von A,B,C und D in Abhängigkeit der Zahl der Würfe verändern:



Der Zyklus stirbt in diesem simulierten Spiel, *zufällig* aufgrund einer Fluktuationskatastrophe aus.

1927: geboren am 9.Mai in Bochum

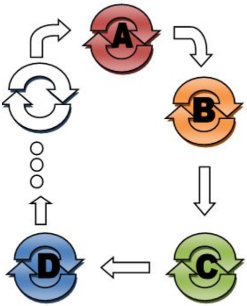
1967: Nobelpreis der Chemie zur Geschwindigkeitsmessung von Reaktionen

1979: Theorie über Hyperzyklen:

1. präbiotische Stufe: Bildung der Biopolymere, Nukleinsäure und Proteine
2. Selbstorganisation
3. Evolution der einzelnen Spezies

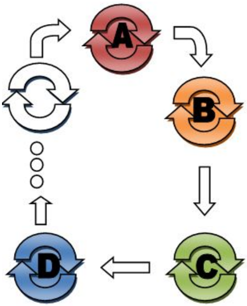
katalytischer Hyperzyklus in der Realität

- Anwendung des Modells auf Makromoleküle:
  A *katalysiert* die Bildung von B, B die Bildung von C, ...



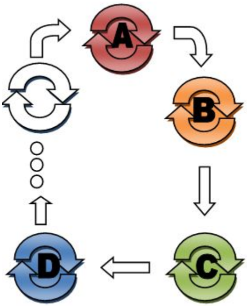
katalytischer Hyperzyklus in der Realität

- Anwendung des Modells auf Makromoleküle:
  A *katalysiert* die Bildung von B, B die Bildung von C, ...
- Schließt sich irgendwann der Zyklus, so wird auch A *katalysiert*, um wiederum die Bildung von B zu unterstützen.



katalytischer Hyperzyklus in der Realität

- Anwendung des Modells auf Makromoleküle:
  A *katalysiert* die Bildung von B, B die Bildung von C, ...
- Schließt sich irgendwann der Zyklus, so wird auch A *katalysiert*, um wiederum die Bildung von B zu unterstützen.
- Ein Hyperzyklus ist also eher eine Schraube, denn er symbolisiert die Wachstumsfunktion und eine Art Rückkopplung.



Eine Replikatorgleichung ist ein System von n gewöhnlichen Differentialgleichungen 1.Ordnung ($\dot{x}_i = F(x)$)
Betrachten wir zunächst eine vereinfachte Replikatorgleichung:

$$\dot{x}_i = x_i \cdot \big((Ax)_i - x \cdot Ax\big)$$

wobei A unsere 'Gewinnmatrix' ist.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & k_1 \\ k_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & k_n & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

Lösen wir die Replikatorleichung auf, so erhalten wir

$$\dot{x}_i = x_i \cdot (Ax)_i - x \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & k_1 \\ k_2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_3 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & k_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$= \mathrm{x}_i \cdot \begin{pmatrix} k_1 x_n \\ k_2 x_1 \\ \vdots \\ k_n x_{n-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} k_1 x_n \\ k_2 x_1 \\ \vdots \\ k_n x_{n-1} \end{pmatrix}$$

$$= \boxed{x_i \left(k_i x_{i-1} - \sum_{j=1}^{n} k_j x_j x_{j-1} \right)}$$

Diese Gleichung wird **Hyperzyklusgleichung** genannnt.

Die Hyperzyklusgleichung besitzt einen stationären Punkt $p = (p_1, ...p_n)$.
Hierzu muss gelten:

- $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$
- $k_i x_{i-1} - \sum_{j=1}^{n} k_j x_j x_{j-1} = 0$ mit i=1,...n

Das Gleichungssystem wird zu:

- $x_1 + x_2 + ...x_n = 1$
- $k_1 x_n = k_2 x_1 = ... = k_n x_{n-1}$ mit i=1,...n

umgeformt.

stationärer Punkt der Hyperzyklusgleichung

Als einzige Lösung erhalten wir:

$$p_i = \frac{1}{k_{i+1}} \cdot \left(\sum_j \frac{1}{k_{j+1}} \right)^{-1} \quad \text{mit i= 1,...n}$$

Stabilität Hyperzyklusgleichung

- Um die Stabilität von p zu analysieren, linearisieren wir die Hyperzyklusgleichung, indem wir die Jacobi-Matrix an der Stelle p betrachten.

Stabilität Hyperzyklusgleichung

- Um die Stabilität von p zu analysieren, linearisieren wir die Hyperzyklusgleichung, indem wir die Jacobi-Matrix an der Stelle p betrachten.
- Um die Matrix und ihre Eigenwerte leichter zu berechnen transformieren wir die Hyperzyklusgleichung zunächst.

- Um die Stabilität von p zu analysieren, linearisieren wir die Hyperzyklusgleichung, indem wir die Jacobi-Matrix an der Stelle p betrachten.
- Um die Matrix und ihre Eigenwerte leichter zu berechnen transformieren wir die Hyperzyklusgleichung zunächst.
- Mit

$$y_i = \frac{k_{i+1} x_i}{\sum_{j=1}^{n} k_{j+1} x_j}$$

wird die Hyperzyklusgleichung zu

$$\dot{y}_i = y_i \cdot \frac{y_{i-1} - \sum y_j y_{j-1}}{\sum_s \frac{y_s}{k_{s+1}}}$$

Der Punkt p geht zum Mittelpunkt m über, die Eigenwerte der Jacobi-Matrix bleiben trotz Transformation unverändert.

Theorem

Die Differentialgleichungen $\dot{x} = f(x,t)$ und $\dot{x} = B(x,t) \cdot f(x,t)$ können durch $\tau = \phi(t)$ ineinander überführt werden, wenn $B(x,t)$ strikt positiv ist. Im zeitunabhängigen Fall haben dann die zwei DGL's denselben Orbit.

In unserem Fall ist $B(x,t) = \sum_s \dfrac{y_s}{k_{s+1}} > 0$,

also können wir den letzen Faktor weglassen und erhalten:

$$\boxed{\dot{x}_i = x_i \cdot \left(x_{i-1} - \sum_j x_j x_{j-1} \right)}$$

Diese Gleichung entspricht allerdings genau der Hyperzyklusgleichung mit $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = 1$

Die Jacobi-Matrix enthält Einträge $J_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_i)$

in unserem Fall also

$$\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial x_i}{\partial x_j} \cdot \left(x_{i-1} - \sum_{k=1}^{n} x_k x_{k-1} \right) + x_i \cdot \left(\frac{\partial x_{i-1}}{\partial x_j} - \left(x_{j-1} + x_{j+1} \right) \right)$$

An der Stelle

$$m = \left(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n} \right)$$

ist die Matrix zirkulär.

$$\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j}(m) = \frac{\partial x_i}{\partial x_j}(m) \cdot \left(\frac{1}{n} - n\frac{1}{n^2}\right) + \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\partial x_{i-1}}{\partial x_j}(m) - \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n}\right)\right)$$
$$\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j}(m) = \frac{1}{n} \cdot \left(\frac{\partial x_{i-1}}{\partial x_j}(m) - \frac{2}{n}\right)$$
$$\frac{\partial \dot{x}_i}{\partial x_j}(m) = \begin{cases} \frac{1}{n} \cdot (1 - \frac{2}{n}) = \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} & \text{falls } j = i - 1 \\ \frac{1}{n} \cdot (0 - \frac{2}{n}) = \frac{-2}{n^2} & \text{sonst} \end{cases}$$

Die erste Zeile hat also folgende Einträge:
$\left(\frac{-2}{n^2}, \frac{-2}{n^2}, \ldots, \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}\right)$
Weitere Zeilen ergeben sich durch zyklische Vertauschung.

Die Jacobi-Matrix sieht also folgendermaßen aus:

$$\begin{pmatrix} \frac{-2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} & \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \\ \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} \\ \frac{-2}{n^2} & \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{-2}{n^2} \\ \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} & \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} \end{pmatrix}$$

Jacobi-Matrix

Die Jacobi-Matrix sieht also folgendermaßen aus:

$$\begin{pmatrix}
\frac{-2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} & \frac{1}{n}-\frac{2}{n^2} \\
\frac{1}{n}-\frac{2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} \\
\frac{-2}{n^2} & \frac{1}{n}-\frac{2}{n^2} & \frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} \\
\vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{-2}{n^2} \\
\frac{-2}{n^2} & \cdots & \frac{-2}{n^2} & \frac{1}{n}-\frac{2}{n^2} & \frac{-2}{n^2}
\end{pmatrix}$$

Die Eigenwerte einer solchen zirkulären Matrix sind

$$\boxed{\gamma_0 = \frac{-1}{n}} \tag{0}$$

und

$$\boxed{\gamma_j = \sum_{k=0}^{n-1} (\frac{-2}{n^2}) \cdot \lambda^{kj} + \frac{1}{n}) \cdot \lambda^{(n-1)j} = \frac{\lambda^{-1}}{n}} \tag{1}$$

mit $j = 1, ...n - 1$ und $\lambda = e^{\frac{2\pi i}{n}}$.

Stabilität der stationären Punkte

Nach dem Satz von Hartman-Grobman, können wir die Stabilität der stationären Punkte von nichtlinearen Systemen auf die Stabilität linearer Systeme zurückführen. Der Satz besagt, dass:

- der stationäre Punkt stabil ist, wenn alle Eigenwerte λ_i der Jacobimatrix einen negativen Realteil besitzen $(Re(\lambda_i) < 0)$

Für n$\geq$ 5 ist der stationäre Punkt m instabil.

Stabilität der stationären Punkte

Nach dem Satz von Hartman-Grobman, können wir die Stabilität der stationären Punkte von nichtlinearen Systemen auf die Stabilität linearer Systeme zurückführen. Der Satz besagt, dass:

- der stationäre Punkt stabil ist, wenn alle Eigenwerte λ_i der Jacobimatrix einen negativen Realteil besitzen ($Re(\lambda_i) < 0$)
- der stationäre Punkt instabil ist, wenn ein Eigenwert λ_i der Jacobimatrix einen positiven Realteil besitzt ($Re(\lambda_i) > 0$)

Für n$\geq$ 5 ist der stationäre Punkt m instabil.

Stabilität der stationären Punkte

Nach dem Satz von Hartman-Grobman, können wir die Stabilität der stationären Punkte von nichtlinearen Systemen auf die Stabilität linearer Systeme zurückführen. Der Satz besagt, dass:

- der stationäre Punkt stabil ist, wenn alle Eigenwerte λ_i der Jacobimatrix einen negativen Realteil besitzen ($Re(\lambda_i) < 0$)
- der stationäre Punkt instabil ist, wenn ein Eigenwert λ_i der Jacobimatrix einen positiven Realteil besitzt ($Re(\lambda_i) > 0$)
- ist ein Eigenwert =0, so können wir nicht mehr von der Stabilität des linearen Systems auf das nichtlineare schließen.

Für n$\geq$ 5 ist der stationäre Punkt m instabil.

- für $n = 2$ gilt nach den berechneten Eigenwerten:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot e^{-\pi i} = \frac{1}{2} \cdot (cos(-\pi) + i \cdot sin(-\pi)) = -\frac{1}{2}$$

$\longrightarrow Re(\lambda_1) < 0 \longrightarrow$ für $n = 2$ stabil

- für $n = 2$ gilt nach den berechneten Eigenwerten:

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \cdot e^{-\pi i} = \frac{1}{2} \cdot (cos(-\pi) + i \cdot sin(-\pi)) = -\frac{1}{2}$$

$\longrightarrow Re(\lambda_1) < 0 \longrightarrow$ für $n = 2$ stabil

- für $n = 3$:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1}{3} \cdot e^{\frac{-2\pi i}{3}} = \frac{1}{3} \cdot (-\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \\ \lambda_2 &= \frac{1}{3} \cdot e^{\frac{-4\pi i}{3}} = \frac{1}{3} \cdot (-\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \end{aligned}$$

$\longrightarrow Re(\lambda_1) < 0 \longrightarrow$ für $n = 3$ stabil

- für $n = 4$ kann der Satz von Ljapunow angewendet werden.

- für $n = 4$ kann der Satz von Ljapunow angewendet werden.
- für n$\geq$ 5 gibt es immer Eigenwerte mit positivem Realteil, so dass der stationäre Punkt instabil ist:

$$Re(\lambda_1) = Re\left(\frac{1}{n} \cdot e^{\frac{-2\pi i}{n}}\right) = cos\left(\frac{-2\pi i}{n}\right) > 0(GW = 1)$$

Stabilität der stationären Punkte

- Wir halten also fest, dass für kurze Hyperzyklen ($n = 2, 3, 4$) der innere stationäre Punkt global stabil ist.
- Für n $\geq$ 5 ist der stationäre Punkt immer instabil.

Wie kann nun aber eine permanente Koexistenz von verschiedenen Polynukleotidtypen möglich sein?

- Für den Hyperzyklus ist es allerdings egal, ob sich ein Gleichgewicht einstellt oder nicht.

- Für den Hyperzyklus ist es allerdings egal, ob sich ein Gleichgewicht einstellt oder nicht.
- Durch den Hyperzyklus wird lediglich die Koexistenz von selbstreproduzierbaren Makromolekülen gesichert. Ob dabei die Konzentration oszilliert oder konvergiert spielt dabei keine Rolle.

Bedeutung für Eigen-Theorie

- Für den Hyperzyklus ist es allerdings egal, ob sich ein Gleichgewicht einstellt oder nicht.
- Durch den Hyperzyklus wird lediglich die Koexistenz von selbstreproduzierbaren Makromolekülen gesichert. Ob dabei die Konzentration oszilliert oder konvergiert spielt dabei keine Rolle.
- Wichtig ist lediglich, dass keine Art von Makromolekülen ausstirbt.

- Mathematisch gibt es also einen Wert $\delta > 0$, so dass jede Lösung der vereinfachten Hyperzyklusgleichung die Bedingung $\dot{x}_i(t) > \delta$, wenn t groß genug, erfüllt.

$\rightarrow$ Jede Spezie ist also zunächst vorhanden, wenn auch in sehr geringer Konzentration. Nach einer gewissen Zeit ist jedoch eine zählbare Größe präsent. Keine Schwankung, die kleiner als δ ist, kann eine molekulare Spezies auslöschen.

Diese wichtige Eigenschaft werden wir zunächst definieren:
Ein dynamisches System auf S_n ist **permanent**, wenn ein $\delta > 0$ existiert, sodass aus $x_i(0) > 0$ folgt:

$$\lim_{t \to \infty} inf\, x_i(t) > \delta$$

Permanenzkriterium für Replikatorgleichung

Theorem

Sei $P : S_n \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion, die auf dem Rand von S_n verschwindet und strikt positiv im Inneren von S_n ist. Ein dynamisches System ist **permanent***, wenn eine stetige Funktion Ψ auf S_n existiert mit*

1. $\dfrac{\dot{P}(x)}{P(x)} = \Psi(x)$ *für* $x \in S_n$
2. $\int_0^t \Psi(x(t))\, dt > 0$ *für* $T > 0$

Der Wert $P(x)$ ist die Distanz von x zum Rand von S_n. Oft kann man keine solche Funktion finden. Stattdessen sucht man eine durchschnittliche Lyapunov Funktion.

Der Hyperzyklus ist permanent.

- `Beweis:`
  Wir können das Theorem von der letzen Folie benutzen.
  Als $P(x)$ wählen wir das Produkt $x_1 x_2 \dots x_n$.
  Also $\dot{P} = P\Psi$ mit $\Psi = \sum k_i x_{i-1} - n\bar{f}$ mit $\bar{f} = \sum k_j x_j x - j - 1$

Der Hyperzyklus ist permanent.

- `Beweis:`
  Wir können das Theorem von der letzen Folie benutzen.
  Als $P(x)$ wählen wir das Produkt $x_1 x_2 \dots x_n$.
  Also $\dot{P} = P\Psi$ mit $\Psi = \sum k_i x_{i-1} - n\bar{f}$ mit $\bar{f} = \sum k_j x_j x - j - 1$
- Ebenso ist eine Hyperzyklusgleichung permanent, indem man die Konstanten $k_i > 0$ durch positive Funktionen $F_i(x)$ ersetzt. Mit Hilfe solcher Gleichungen können realistischerer Hyperzyklenmodelle beschrieben werden.

- Lasst uns nun zusammenfassen, dass die Ursuppe n Typen von RNA Molekülen erreichen kann, die in verschiedenen disjunkten Hyperzyklen angeordnet sind. Dies kann durch eine Permutation π der Menge $(1, 2, \cdots, n)$ beschrieben werden.

Die Dynamik ist durch

$$\dot{x}_i = x_i \cdot (k_i x_{\pi(i)} - \sum k_j x_j x_{\pi(j)})$$

(mit $k_i > 0$ für i=1,...n) gegeben.

Wettstreit disjunkter Hyperzyklen

- Lasst uns nun zusammenfassen, dass die Ursuppe n Typen von RNA Molekülen erreichen kann, die in verschiedenen disjunkten Hyperzyklen angeordnet sind. Dies kann durch eine Permutation π der Menge $(1, 2, \cdots, n)$ beschrieben werden.
- Jede Permutation kann sich in elementare Zyklen $\Gamma_1, ...\Gamma_s$ zersetzen. Diese entsprechen den Hyperzyklen.

Die Dynamik ist durch

$$\dot{x}_i = x_i \cdot (k_i x_{\pi(i)} - \sum k_j x_j x_{\pi(j)})$$

(mit $k_i > 0$ für i=1,...n) gegeben.

Wettstreit disjunkter Hyperzyklen

- Wenn π aus einzelnen Zyklen besteht, erreichen wir, bis auf Umordnung der Indizes, die gewohnte Hyperzyklusgleichung.

- Wenn π aus einzelnen Zyklen besteht, erreichen wir, bis auf Umordnung der Indizes, die gewohnte Hyperzyklusgleichung.
- Wenn der elementare Zyklus Γ_j aus einem einzelnem Element i (ein fester Punkt der Permutation π), dann ist M_i ein autokatalytischer molekularer Typ.
  Wie im ersten Abschnitt können wir eine Transformation

$$y_i = \frac{k_{\tau(i)} x_i}{\sum_j k_{\tau(j)} x_j}$$

  mit $\tau = \pi^{-1}$
  durchführen und beseitigen somit die k_i. Wieder erhalten wir dadurch einen stationären Punkt im Inneren von S_n, der das Zentrum m genannt wird.

Bedeutung für unser Leben

Durch die vorgestellte Theorie des Hyperzyklus lässt sich zunächst ableiten, dass

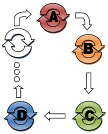
- es einen gemeinsamen Ursprung des Lebens geben müsse
- dieses Ursprungsereignis so selten war, dass es im Verlauf der Entwicklungsphase nur einmal erfolgte

Proteine und Nukleotide wurden von Lipidmembranen eingeschlossen und die ersten Zellen bildeten sich. Allerdings ist die zweite Aussage sehr wahrscheinlich falsch, denn die Einzelereignisse sind eher häufig aufgetreten, so dass sie auch die Möglichkeit hatten sich auf mehrfache Arten zu kombinieren. Somit ist auch die Artenvielfalt erklärbar.

Zusammenfassung

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?

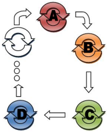
  → er beschreibt Wachstums- und Rückkopplungs-funktionen



- Theorie Manfred Eigen
- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?
- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?
- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?

  → er beschreibt Wachstums- und Rückkopplungs-funktionen



- Theorie Manfred Eigen

  → Peptide wirken als Katalysatoren für komplexe Proteine aus Aminosäuren (molekulare Selbstorganisation)

- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?

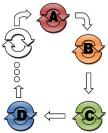
- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?

- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

Zusammenfassung

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?

  → er beschreibt Wachstums- und Rückkopplungsfunktionen



- Theorie Manfred Eigen

  → Peptide wirken als Katalysatoren für komplexe Proteine aus Aminosäuren (molekulare Selbstorganisation)

- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?

  → aus der Replikatorgleichung folgt die Hyperzyklusgleichung: $\dot{x}_i = x_i \left(k_i x_{i-1} - \sum_{j=1}^{n} k_j x_j x_{j-1} \right)$

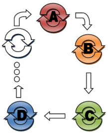
- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?

- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

Zusammenfassung

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?

  → er beschreibt Wachstums- und Rückkopplungsfunktionen



- Theorie Manfred Eigen

  → Peptide wirken als Katalysatoren für komplexe Proteine aus Aminosäuren (molekulare Selbstorganisation)

- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?

  → aus der Replikatorgleichung folgt die Hyperzyklusgleichung: $\dot{x}_i = x_i \left(k_i x_{i-1} - \sum_{j=1}^{n} k_j x_j x_{j-1} \right)$

- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?

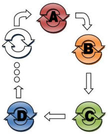
  → kurze Hyperzyklen also $n \leq 4$ sind stabil, längere Hyperzyklen sind instabil, was aber nicht heißt, dass sie nicht überlebensfähig wären.

- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

Zusammenfassung

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?

  $\rightarrow$ er beschreibt Wachstums- und Rückkopplungsfunktionen



- Theorie Manfred Eigen

  $\rightarrow$ Peptide wirken als Katalysatoren für komplexe Proteine aus Aminosäuren (molekulare Selbstorganisation)

- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?

  $\rightarrow$ aus der Replikatorgleichung folgt die Hyperzyklusgleichung: $\dot{x}_i = x_i \left(k_i x_{i-1} - \sum_{j=1}^{n} k_j x_j x_{j-1} \right)$

- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?

  $\rightarrow$ kurze Hyperzyklen also $n \leq 4$ sind stabil, längere Hyperzyklen sind instabil, was aber nicht heißt, dass sie nicht überlebensfähig wären.

- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

  $\rightarrow$ Hyperzyklen sind permanent, dass heißt, dass jede am Hyperzyklus beteiligte Spezie immer vorhanden ist, wenn auch nur in geringer Menge.

Quellen- und Literaturangaben

Bücher:

- Hofbauer J., Sigmund K. (1998). *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press: Cambridge
- Eigen M (1985). *Das Spiel - Naturgesetze steuern den Zufall*. Piper-Verlag: München

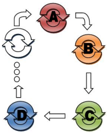
Internetquellen (letzter Zugriff: 17.12.2011)

- http://www.biologie.uni-hamburg.de/b-online/d41/41b.htm
- http://www.zum.de/Faecher/Materialien/beck/13/bs13-50.htm

Vielen Dank für eure Aufmerksamkeit!!
Ich wünsche euch schöne und erholsame Weihnachtsfeiertage!!

- Was ist ein katalytischer Hyperzyklus?

  → er beschreibt Wachstums- und Rückkopplungs-funktionen



- Theorie Manfred Eigen

  → Peptide wirken als Katalysatoren für komplexe Proteine aus Aminosäuren (molekulare Selbstorganisation)

- Kann man Hyperzyklen mathematisch darstellen?

  → aus der Replikatorgleichung folgt die Hyperzyklus-gleichung: $\dot{x}_i = x_i \left(k_i x_{i-1} - \sum_{j=1}^{n} k_j x_j x_{j-1} \right)$

- Wann sind Hyperzyklen stabil? Und was bedeutet dies?

  → kurze Hyperzyklen also $n \leq 4$ sind stabil, längere Hyperzyklen sind instabil, was aber nicht heißt, dass sie nicht überlebensfähig wären.

- Ist ein Hyperzyklus permanent? Und was bedeutet dies?

  → Hyperzyklen sind permanent, dass heißt, dass jede am Hyperzyklus beteiligte Spezie immer vorhanden ist, wenn auch nur in geringer Menge.