Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. S. Rjasanow
L. Huwig, M.Sc.

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

1. Übung zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure II
im Sommersemester 2017

Abgabe: Donnerstag, den 04.05.2017 vor der Vorlesung.

Aufgabe 1.1. (2 + 2 + 2 + 2 = 8 Punkte)
Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale. Betrachtet werden die Integrale auf $\mathbb{R}$. Wählen Sie die Intervallgrenzen entsprechend.

(a)
$$\int \left(\frac{2}{3x+4} + 5\cos(6-7x) + 8 \right) dx$$

(b)
$$\int e^x \cos(3x) dx$$

(c)
$$\int \frac{1}{x^2+36} dx$$

(d)
$$\int \frac{e^x + \cos(x)}{e^{2x}} dx$$

Hinweise: Partielle Integration und die Kenntnis Ableitungen trigonometrischer Funktionen (z.B. aus HMI 1) können hier hilfreich sein.

Aufgabe 1.2. (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_0^\infty \frac{x+1}{\sqrt{x^4+1}} dx$$

divergiert.

Aufgabe 1.3. (2 + 3 = 5 Punkte)
Bestimmen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale mit Hilfe der Partialbruchzerlegung (falls möglich).

(a)
$$\int \frac{4x^3 - 12x^2 + 1}{x^4 - 4x^3 + x + 1} dx$$

Hinweis: Hier kann die Stammfunktion auch direkt angegeben werden.

(b)
$$\int \frac{x^4 + 2x - 3}{x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 6x + 3} dx$$

Aufgabe 1.4. (2 + 2 + 2 = 6 Punkte)
Es sei die Gamma-Funktion

$$\Gamma(x) := \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

gegeben.
Verwenden Sie im Folgenden ohne Beweis, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{-x^2}{2}} dx = \sqrt{2\pi}$$

gilt.
Bestimmen Sie (für $a \in \mathbb{R}$ und $\sigma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$):

(a)
$$\int_0^\infty e^{\frac{-x^2}{2}} dx$$

(b)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right) dx$$

(c)
$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$$

Hinweis: Integration durch Substitution für b) und c).