

Die Mathematik ist eine Art Spielzeug, welches die Natur uns zuwarf, zum Troste und zur Unterhaltung in der Finsternis.

Jean-Baptist le Rond d'Alembert  
(1717-1783, französischer Mathematiker)



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

FR Mathematik  
Prof. Dr. S. Rjasanow  
T. Keßler, M. Sc.

### 3. Übung zur Vorlesung

# Höhere Mathematik für Ingenieure III

## im Wintersemester 2017/18

Abgabe: Donnerstag, den 16. 11. 2017 bis spätestens 8:30 Uhr.

**Aufgabe 3.1. (6 Punkte)** Überprüfen Sie die folgenden Differentialgleichungen auf Exaktheit und geben Sie in diesem Fall die allgemeine Lösung in expliziter Form an.

(a)  $e^x + \sin(y)y' = 0$ ,

(d)  $\frac{y}{x^2 + 1} + (2y + \arctan(x))y' = 0$ ,

(b)  $\sin(x) \cos(y) = \cos(x) \sin(y)y'$ ,

(e)  $x^2 + \sin(y) + (x + 1) \cos(y)y' = 0$ ,

(c)  $\cosh(xy)y' - \sinh(xy) = 0$ ,

(f)  $\frac{2x}{y^2} + \frac{y - 2x^2}{y^3}y' = 0$ .

**Aufgabe 3.2. (6 Punkte)** Eine rotationssymmetrische Säule der Höhe  $h_0$  und einer oberen Säulenbasis mit Radius  $r_0$ , auf der die Masse  $m_0$  aufliegt, soll so geformt werden, dass jeder Querschnitt dieselbe Belastung pro Flächeneinheit trägt. Wie muss der Säulenradius in Abhängigkeit von der Höhe gewählt werden, wenn die Säule aus einem Material der Dichte  $\rho_0$  gebaut wird?

*Hinweis:* Stellen sie zunächst eine Kräftebillanz mittels Integralrechnung auf. Daraus erhalten Sie durch Ableiten eine Differentialgleichung.

**Aufgabe 3.3. (4 Punkte)** Für  $\gamma, \tau, P_0 > 0$  erfülle  $P$  das Anfangswertproblem

$$P'(t) = \gamma P(t) - \tau P(t)^2, \quad P(0) = P_0.$$

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems. Welche Bedeutung hat der Wert  $\gamma/\tau$ ?

**Aufgabe 3.4. (7 Punkte)** Geben Sie alle Lösungen der Differentialgleichung

$$y' = 3\sqrt[3]{y^2}$$

an, die  $y(1) = 0$  erfüllen. Ist das Problem korrekt gestellt?