



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

FR Mathematik  
Prof. Dr. S. Rjasanow  
T. Keßler, M. Sc.

## 4. Übung zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV B im Sommersemester 2018

Abgabe: Freitag, den 15. 6. 2018 bis spätestens 12:15 Uhr.

**Aufgabe 4.1. (4 Punkte)** Es sei

$$f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto z^3.$$

Zeigen Sie, dass für alle  $\xi \in \mathbb{C}$  auf der Verbindungsstrecke von 1 und  $i$  gilt

$$\frac{f(i) - f(1)}{i - 1} \neq f'(\xi).$$

**Aufgabe 4.2. (6 Punkte)** Es sei  $G \subset \mathbb{C}$  ein Gebiet und  $f : G \rightarrow \mathbb{C}$  holomorph mit Darstellung  $f(x + iy) = u(x, y) + iv(x, y)$ . Zeigen Sie, dass

$$\Delta|f|^2 = 4|f'|^2.$$

**Aufgabe 4.3. (6 Punkte)** Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_{\gamma} \frac{z^7 + 1}{z^2(z^4 - 1)} dz$$

für

- (a) die Kreislinie um  $i$  mit Radius  $\frac{1}{2}$ ,
- (b) die Kreislinie um  $-\frac{3}{4}$  mit Radius  $\frac{1}{8}$ ,
- (c) die Kreislinie um  $-\frac{3}{2}$  mit Radius 2,
- (d) die Kreislinie um 0 mit Radius 2.

**Aufgabe 4.4. (4 Punkte)** Bestimmen Sie die Taylor-Reihe der Funktion

$$f : \mathbb{C} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto -\frac{1}{(z-1)^2(z-2)}$$

im Entwicklungspunkt  $z_0 = 0$ . Welchen Konvergenzradius besitzt die resultierende Reihe?  
Kann dieser noch verbessert werden?