



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

FR Mathematik  
Prof. Dr. S. Rjasanow  
T. Keßler, M. Sc.

## 6. Übung zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure IV B im Sommersemester 2018

Abgabe: Freitag, den 13. 7. 2018 bis spätestens 12:15 Uhr.

**Aufgabe 6.1. (6 Punkte)** Bestimmen Sie für durch folgende Formeln definierte Funktionen jeweils in allen Singularitäten die Residuen:

(a)  $\frac{1 - \cos z}{z^2},$

(b)  $z \exp\left(\frac{1}{1-z}\right),$

(c)  $\frac{1}{e^z + 1}.$

**Aufgabe 6.2. (4 Punkte)** Zeigen Sie für  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n > 0$ , dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(t^2 + 1)^n} dt = \frac{\pi}{2^{2n-2}} \frac{(2n-2)!}{[(n-1)!]^2}.$$

**Aufgabe 6.3. (5 Punkte)** Es seien  $k, n \in \mathbb{N}$  mit  $0 \leq k < n$ . Zeigen Sie, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^{2k}}{1+t^{2n}} dt = \frac{\pi}{n \sin((2k+1)\pi/2n)}.$$

**Aufgabe 6.4. (5 Punkte)**

(a) Berechnen Sie für  $b \in \mathbb{C}$  mit  $\operatorname{Re} b \neq 0$  und  $\xi > 0$  das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\xi x}}{x - ib} dx.$$

(b) Es sei nun  $b \in \mathbb{R}_{>0}$ . Bestimmen Sie mit Hilfe des obigen Integrals die Werte von

$$\int_0^{\infty} \frac{b \cos \xi x}{x^2 + b^2} dx$$

und

$$\int_0^{\infty} \frac{x \sin \xi x}{x^2 + b^2} dx.$$