



UNIVERSITÄT  
DES  
SAARLANDES

FR Mathematik  
Prof. Dr. S. Rjasanow  
T. Keßler, M. Sc.

Vorbereitungsblatt zur Klausur  
**Höhere Mathematik für Ingenieure IV**  
im Sommersemester 2018

Keine Abgabe

**Aufgabe 6.1. (0 Punkte)** Betrachten Sie die nichtlineare Gleichung

$$\frac{1}{2}e^{-x^2} - x = 0.$$

Gesucht ist die Lösung  $x^* \geq 0$ .

- (a) Formulieren Sie ein Fixpunktproblem  $x = g(x)$  zur Bestimmung von  $x^*$ .
- (b) Bestimmen Sie ein geeignetes Intervall  $D$  mit  $g(D) \subset D$ .
- (c) Zeigen Sie, dass die Fixpunktiteration

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

für jeden Startwert  $x_0 \in D$  gegen den eindeutigen Fixpunkt  $x^*$  konvergiert.

**Aufgabe 6.2. (0 Punkte)** Berechnen Sie die  $QR$ -Zerlegung der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 6.3. (0 Punkte)** Es sei  $\mathbf{u} = (u^1, u^2, u^3)^\top$  eine Lösung der zeitabhängigen Gleichung der linearen Elastizität,

$$\mathbf{u}_{tt} - \mu \Delta \mathbf{u} - (\lambda + \mu) \nabla(\operatorname{div} \mathbf{u}) = \mathbf{0}.$$

Zeigen Sie, dass  $w = \operatorname{div} \mathbf{u}$  und  $\mathbf{w} = \operatorname{rot} \mathbf{u}$  Wellengleichungen mit unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten erfüllen.

**Aufgabe 6.4. (0 Punkte)** Bestimmen Sie für folgende Funktionen die größtmögliche offene Menge, auf der sie komplex differenzierbar sind:

(a)  $f_1 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z = x + iy \mapsto \frac{x - iy}{x^2 + y^2},$

(b)  $f_2 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z = x + iy \mapsto \cos x \sin y + i \sin x \cos y.$

**Aufgabe 6.5. (0 Punkte)** Berechnen Sie für alle  $r > 0$  und  $c \in \mathbb{C}$  das Integral

$$\int_{\gamma} f \, dz$$

mit

(a)  $\gamma = \partial D_r(0)$  und  $f(z) = \frac{e^z}{z(z-1)},$

(b)  $\gamma = \partial D_r(c)$  und  $f(z) = \frac{ze^z}{(z-c)^3}.$

**Aufgabe 6.6. (0 Punkte)** Berechnen Sie die Integrale

(a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4 + 1} \, dx,$

(b)  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - 2 \cos x + \sin x} \, dx.$