Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. S. Rjasanow
L. Huwig, M.Sc.

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

22. Präsenzübung zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure I
im Wintersemester 2016/17

Zum aktuellen Stoff der Vorlesung

Aufgabe 22.1.

Die Funktionen $f_k : [0,1] \to \mathbb{R}$ seien wie folgt definiert

$$f_0(x) := 1 \quad \text{und} \quad f_k(x) = (x^k - x^{k-1}) \text{ für } k \geq 1.$$

(a) Berechnen Sie die Summe $\sum_{k=0}^{n} f_k(x)$.

(b) Gegen welche unstetige Funktion konvergiert die Funktionenreihe punktweise?

(c) Konvergiert die Funktionenreihe auch gleichmäßig?

Aufgabe 22.2.

Untersuchen Sie die Funktionenfolge $\{f_n(x)\} : D \to \mathbb{R}$ mit $n \in \mathbb{N}$ jeweils auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz.

(a) $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$ für $x \in D := [\frac{1}{2}, 1]$.

(b) $f_n(x) = \sqrt{\frac{1}{n^2} + |x|^2}$ für $x \in D := \mathbb{R}$.

Aufgabe 22.3.

Die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \sin(|x|) & \text{für } 0 \leq |x| \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1 & \text{für } \frac{\pi}{2} \leq |x| \leq \pi \end{cases} \quad \text{werde } 2\pi\text{-periodisch fortgesetzt.}$$

(a) Skizzieren Sie die Funktion.

(b) Approximieren Sie $f(x)$ mittels Fourierentwicklung durch ein trigonometrisches Polynom 2. Grades

$$T_2(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{2} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx)$$

mit $a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos(kx)dx$ und $b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin(kx)dx$.
Hinweis: $\cos(\alpha)\sin(\beta) = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta))$