Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. S. Rjasanow
L. Huwig, M.Sc.

UNIVERSITÄT DES SAARLANDES

# 4. Übung zur Vorlesung
# Höhere Mathematik für Ingenieure I
## im Wintersemester 2016/17

Abgabe: Donnerstag, den 01.12.2016 vor der Vorlesung.

### Aufgabe 4.1. (1.5 + 1.5 = 3 Punkte)

Es seien $\vec{a}, \vec{b}$ und $\vec{c}$ Vektoren aus dem $\mathbb{R}^3$.

(a) Finden Sie ein Gegenbeispiel dafür, dass das Kreuzprodukt nicht assoziativ ist, d.h. geben Sie drei Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ an, so dass $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} \neq \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ ist.

(b) Zeigen Sie (allgemein, nicht für die Vektoren aus (a) ), dass für die Vektoren die Gleichung

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}\langle \vec{a}, \vec{c}\rangle - \vec{c}\langle \vec{a}, \vec{b}\rangle$$

gilt, wobei $\langle \cdot, \cdot \rangle$ das Skalarprodukt definiert.
*Hinweis*: Sie können die Gleichung für die erste Komponente (den ersten Eintrag der Vektoren) zeigen und die Gleichung für die anderen beiden Komponenten folgern.

### Aufgabe 4.2. ( 4 + 2 +3 + 2 = 11 Punkte)

Die Punkte $A(2, -1, 3), B(0, 7, 1)$ und $C(3, 1, 1)$ seien die Eckpunkte eines Dreiecks in $\mathbb{R}^3$.

(a) Berechnen Sie die Flächeninhalt des Dreiecks $\Delta ABC$ und den Innenwinkel bei $A$. Geben Sie eine Parameterdarstellung der Winkelhalbierenden dieses Winkels an. Geben Sie auch eine Parameterdarstellung der Seitenhalbierenden der Seite $BC$ an.

(b) Bestimmen Sie die Punkte $Q$ und $R$ auf der Geraden durch $A$ und $C$, so dass das Dreieck $\Delta ABQ$ gleichschenklig mit Basis $BQ$ ist und das Dreieck $\Delta ABR$ einen rechten Winkel bei $B$ besitzt.

(c) Sei $E$ die Ebene, in der das Dreieck $\Delta ABC$ liegt. Geben Sie von $E$ eine Parameterdarstellung und die Hessesche Normalenform an. Zeigen Sie, dass der Punkt $P(0, 0, 1)$ nicht in der Ebene $E$ liegt.

(d) Sei die Ebene $F$ beschrieben durch $2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1$. Geben Sie eine Parameterdarstellung von $F$ an. Überprüfen Sie, ob $F \perp E$ ist.

### Aufgabe 4.3. (3 Punkte)

Gegeben seien zwei zueinander orthogonale Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aus $\mathbb{R}^3$, eine reelle Zahl $c$ und ein beliebiger Ortsvektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.
Zeigen Sie, dass

$$\vec{a} \cdot \vec{x} = c$$

die Gleichung einer Ebene und

$$\vec{a} \times \vec{x} = \vec{b}$$

die Gleichung einer Geraden ist.

### Aufgabe 4.4. (4 Punkte)

Gegeben sind die beiden komplexen Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1+i \\ 1-i \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} 1-2i \\ 2+4i \end{pmatrix}$ aus $\mathbb{C}^2$.

(a) Berechnen Sie die Längen der beiden Vektoren $\vec{x}$ und $\vec{y}$.

(b) Berechne die Skalarprodukte $\langle \vec{x}, \vec{y}\rangle$ und $\overline{\langle \vec{y}, \vec{x}\rangle}$.