



## 6. Übung zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure I im Wintersemester 2016/17

Abgabe: Donnerstag, den 15.12.2016 vor der Vorlesung.

### Aufgabe 6.1. (1 + 3 + 1 = 5 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Gleichungssysteme

$$\begin{array}{rcl} x_1 - x_3 & = & 0 \\ -x_1 + x_2 & = & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} -x_1 + 8x_2 + 3x_3 & = & 2 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 & = & 1 \\ 5x_2 + x_3 & = & 0 \\ -3x_1 + 9x_2 + 5x_3 & = & 1 \end{array}$$

Führen Sie für jedes der beiden Systeme die folgenden Arbeitsanweisungen separat durch

- Begründen Sie, ob das System über- oder unterbestimmt ist.
- Überführen Sie das System in Matrixschreibweise. Lösen Sie es anschließend, indem Sie das System auf Trapez- bzw. Dreiecksform bringen und geben Sie alle Lösungen an.
- Bestimmen Sie zu der Matrix aus b) den Rang und die Dimension des Kerns.

### Aufgabe 6.2. (6 Punkte)

Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & b-1 \\ 1 & b & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad b \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die Parameter  $b \in \mathbb{R}$ , für die das System keine, genau eine oder mehrere Lösungen besitzt. Geben Sie jeweils in Abhängigkeit von  $b$  alle Lösungen an.

### Aufgabe 6.3. (1 + 4 = 5 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

- Sei  $ad - bc \neq 0$ . Zeigen Sie, dass  $B = A^{-1}$ .
- Seien in  $A$  die Koeffizienten  $a = 2$ ,  $b = 7$ ,  $c = 11$  und  $d = -1$  gegeben und sein  $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .  
Überprüfen Sie, dass  $((AD)^{-1})^\top = A^{-\top} D^{-\top}$  erfüllt ist.

### Aufgabe 6.4. (4 Punkte)

Berechnen Sie die Inverse der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -10 \\ 5 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ .