



## 7. Übung zur Vorlesung Höhere Mathematik für Ingenieure I im Wintersemester 2016/17

Abgabe: Donnerstag, den 05.01.2017 vor der Vorlesung.

### Aufgabe 7.1. (1 + 3 = 4 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 7 & a & b \end{pmatrix}$$

- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Rang der Matrix  $B$  und deren Invertierbarkeit? Welche Bedingung muss somit für  $a$  und  $b$  erfüllt sein?
- Berechnen Sie die inverse Matrix  $B^{-1}$ .

### Aufgabe 7.2. (3 + 3 + 2 = 8 Punkte)

- Geben Sie zwei  $LU$ -Zerlegungen der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 9 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 5 \end{pmatrix}$$

an, wobei einmal zusätzlich die Bedingung  $l_{ii} = 1$  für  $i = 1, 2, 3, 4$  gilt.

- Invertieren Sie die Matrix  $A$ .
- Lösen Sie die Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 9 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 12 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}$$

einmal unter Verwendung einer  $LU$ -Zerlegung aus a) und einmal durch Verwendung der inversen Matrix aus b).

### Aufgabe 7.3. (3 + 2 = 5 Punkte)

In manchen Fällen ist bei der  $LU$ -Zerlegung eine Pivottisierung notwendig, z.B. wenn der erste Eintrag  $a_{11}$  der Matrix  $A$  gleich Null ist. Der Algorithmus lässt sich in diesem Fall nicht wie bisher anwenden. Bei der Pivottisierung tauscht man die gesamte erste Zeile der Matrix  $A$  gegen die gesamte Zeile mit dem maximalen Eintrag  $a_{i1}$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

- Bestimmen Sie also mit Pivotsuche eine Permutationsmatrix  $P$ , eine obere Dreiecksmatrix  $R$  und eine untere Dreiecksmatrix  $L$ , so dass

$$PA = LU \tag{1}$$

gilt, wobei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

(b) Lösen Sie mit Hilfe der Zerlegung (1) das Gleichungssystem

$$Ax = b$$

mit  $b = (-2, -1, -4)^\top$ . Denken Sie daran auch die Einträge des Vektors  $b$  entsprechend zu vertauschen.



**Die AG Rjasanow wünscht Ihnen frohe  
Weihnachten und einen guten Start ins  
neue Jahr 2017!**

