



Mathematik für Studierende der Biologie
und des Lehramtes Chemie
WS 2015-2016

Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (1+1+1+1+2=6 Punkte)

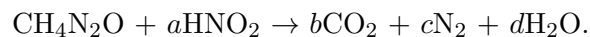
Bestimmen Sie zu den folgenden linearen Gleichungssystemen die Lösungsmenge. Benutzen Sie dabei die Matrixdarstellung des Gleichungssystems und den Gauß-Algorithmus.

$$(a) \begin{cases} x_2 + x_1 + x_3 = 3 \\ x_3 = 1 \\ x_3 + x_2 = 2 \end{cases}, \quad (b) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 - \frac{x_3}{2} = -1 \end{cases}, \quad (c) \begin{cases} x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 = 1 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases},$$

$$(d) \begin{cases} x_1 - 3x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \end{cases}, \quad (e) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ \frac{x_1 + 3x_3}{2} + x_2 + 2x_4 = 5 \\ x_1 - 2(x_2 + 2x_4) - x_3 = -1 \end{cases}.$$

Aufgabe 2 (2+2=4 Punkte)

Harnstoff reagiert mit salpetriger Säure zu Kohlendioxid, Stickstoff und Wasser:



Die (i.A. rationalen) Zahlen a , b , c , d , für welche diese Reaktionsgleichung erfüllt ist, lassen sich durch ein lineares Gleichungssystem berechnen. Stellen Sie dieses auf und lösen Sie es.

Aufgabe 3 (1+1+1+1+1+1=6 Punkte)

Wir betrachten die folgenden Vektoren im \mathbb{R}^3 :

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_5 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Welche der folgenden Vektoren sind linear unabhängig?

- (a) a_1, a_2, a_3 (b) a_1, a_2, a_3, a_4 (c) a_1, a_5 (d) a_3, a_4, a_5 (e) a_1, a_2, a_5 (f) a_1, a_4

Aufgabe 4 (2+2 Punkte)

- (a) Wie muss man eine Zahl $\alpha \in \mathbb{R}$ wählen, sodass die Vektoren

$$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

linear abhängig werden?

- (b) Begründen Sie die folgende Aussage: Sind $a_1, a_2, a_3 \in \mathbb{R}^3$ linear unabhängige Vektoren, so lässt sich jeder beliebige Vektor $a \in \mathbb{R}^3$ in der Form

$$a = c_1 a_1 + c_2 a_2 + c_3 a_3$$

mit geeigneten reellen Zahlen c_1, c_2, c_3 schreiben.

Hinweis: Was wissen Sie über die lineare Unabhängigkeit von a_1, a_2, a_3, a ?

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Lösen Sie für jeden möglichen Wert $t \in \mathbb{R}$ das folgende LGS:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & t & -3t+2 & 1-t \\ -2 & -t & 3t-3 & t-2 \\ -4 & -3t & t^2+5t-4 & -t^2+4t-4 \end{array} \right)$$

Machen Sie dabei eine Fallunterscheidung wenn notwendig.

Hinweis: Bei Anwendung des Gauß-Algorithmus ergibt sich $(t^2 - 4t + 3)x_3 = -t^2 + t$.

Abgabetermin: 13.11.2015 vor der Vorlesung.