

Mathematik für Studierende der Biologie
und des Lehramtes Chemie
WS 2015-2016

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (1+1+1+1=4 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:

$$\begin{pmatrix} -8 & -1 \\ 3 & \frac{3}{16} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -8 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -1 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} a+2 & 1 & -a \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} (a \in \mathbb{R} \text{ beliebig}), \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (2+2+1=5 Punkte)

Benutzen Sie den Satz über die Eigenschaften der Determinante zur Beantwortung der folgenden Fragen:

(a) Sind die Vektoren $\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ linear unabhängig?

(b) Für welche Zahlen $x \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & -1 & x+1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & x & 4 \end{pmatrix}$$

invertierbar?

(c) Was ist die Determinante von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 10 & 100 & 1000 \\ 11 & 101 & 1001 \end{pmatrix}?$$

Aufgabe 3 : Cramer'sche Regel (2+2=4 Punkte)

Die Cramer'sche Regel besagt folgendes: Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\det A \neq 0$, so kann man die Lösung $x \in \mathbb{R}^n$ des LGS $(A|b)$ mit $b \in \mathbb{R}^n$ wie folgt bestimmen: Man bildet für $1 \leq j \leq n$ eine Matrix $A_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$, indem man die j -te Spalte von A durch den Vektor b ersetzt. Dann berechnet man $x_j = \frac{\det A_j}{\det A}$ und erhält damit die Komponenten des gesuchten Lösungsvektors. Lösen Sie damit die folgenden linearen Gleichungssysteme und testen Sie ihr Ergebnis:

$$(a) \left(\begin{array}{cc|c} 3 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \end{array} \right),$$

$$(b) \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 & -8 \end{array} \right).$$

Aufgabe 4 (1+2+2=5 Punkte)

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an.

$$(a) (3 + 2i) + (2 - 5i), \quad (3 - 2i) - (1 - i), \quad \frac{1}{6} - \left(\frac{1}{3}i - \left(1 + \frac{2}{3}i \right) \right),$$

$$(b) (4 - 3i)(1 + 2i), \quad i^2, \quad i^{22}, \quad i^3, \quad i^{33}, \quad \frac{5 + 4i}{8} + (2 - 3i - (3 - 2i)),$$

$$(c) \frac{1}{i}, \quad \frac{-1}{i^2}, \quad \frac{2 - 8i}{2 - 9i}, \quad \frac{3 - 5i}{5 - 3i}.$$

Abgabetermin: 11.12.2015 vor der Vorlesung.