



Mathematik für Studierende der Biologie
und des Lehramtes Chemie
WS 2011-2012

Übungsblatt 8

Aufgabe 1 (1.5+1.5=3 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$,

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n+7}{(n+3)^2}$.

Aufgabe 2 (2+1+2+1+1=7 Punkte)

Eine Bakterienkultur besteht zu Anfang aus 20 000 Bakterien. Die Anzahl der Bakterien verdoppelt sich alle 20 Minuten.

- (a) Die Anzahl der Bakterien C zur Zeit t lässt sich (näherungsweise) durch eine Funktion der Form

$$C(t) = C_0 a^t$$

beschreiben. Die Zeit t soll dabei in Minuten angegeben werden. Bestimmen Sie a und C_0 .

- (b) Wie viele Bakterien sind nach 5 Minuten bzw. nach 3 Stunden vorhanden?
- (c) Wann wird die Anzahl der Bakterien auf den Wert 10^8 gestiegen sein?
- (d) Die Bakterien leben in eine Flasche. Man sieht, dass genau um 12 Uhr die Bakterienanzahl 10^8 und die Flasche halbvoll ist. Um wie viel Uhr ist die Flasche voll?
- (e) Um 12:10 haben die Bakterien eine leere Flasche gefunden, die genauso groß ist wie die, die sie jetzt haben. Um wie viel Uhr ist die neue Flasche voll?

Aufgabe 3 (2+2=4 Punkte)

In vielen Lehrbüchern der Naturwissenschaften werden Diagramme mit logarithmischen Skalen verwendet. Das bedeutet, dass die Werte des verwendeten Koordinatensystems auf einer (oder beiden Achsen) nicht in der üblichen Weise aufgetragen werden, sondern stattdessen die Logarithmen (bezüglich einer beliebigen oder dem Problem angepassten) Basis. Dies ermöglicht oftmals eine übersichtlichere Darstellung verschiedener Graphen in einem Koordinatensystem und erlaubt zudem eine graphische Lösung mancher Gleichungen. Wir betrachten nun folgende Aufgabenstellung: Nigeria hatte im Jahr 2001 etwa 125 Millionen Einwohner und eine jährliche Zuwachsrate von 3,5%. Brasilien hingegen hatte 160 Millionen Einwohner und eine Zuwachsrate von 2,1%. Wann übersteigt die Einwohnerzahl Nigerias diejenige Brasiliens, wenn die Raten unverändert bleiben?

- Lösen Sie das Problem zunächst rechnerisch, indem Sie die Einwohnerzahlen zur Zeit t durch Potenzfunktionen beschreiben.
- Erläutern Sie, wie sich das Problem graphisch lösen lässt, wenn man die y -Achse logarithmisch skaliert (d.h. wenn statt der Einwohnerzahl der Logarithmus der Einwohnerzahl bezüglich einer beliebigen Basis aufgetragen wird). Überlegen Sie sich dazu, welche Gestalt der Logarithmus der Einwohnerzahl in Abhängigkeit von der Zeit t hat.

Aufgabe 4 (2 Punkte)

Geben Sie den größten Definitionsbereich der Funktionen

$$f : \mathbb{D}_f \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto c a^x,$$
$$g : \mathbb{D}_g \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto c \log_a x$$

an und bestimmen Sie für die Fälle

$$(i) \quad c < 0, a > 1, \quad (ii) \quad c > 0, 0 < a < 1$$

den Wertebereich. Skizzieren Sie jeweils den Funktionsgraphen.

Aufgabe 5 (0.5+1+1+1+1.5=5 Punkte)

Ein Bank bietet ein Sparkonto mit 5% Zinsen. Wegen die Weltfinanzkrise sind die Bedingungen sehr liberal: Man darf jederzeit laufende Zinsen bekommen. Ein Kunde hat 1000 Euro auf dem Konto und braucht das Geld erst nach 3 Jahren. Wie viel Geld kriegt der Kunde nach 3 Jahren, wenn er

- nur wartet?
- die Zinsen jedes Jahr abhebt und wieder investiert?
- die Zinsen alle 6 Monate abhebt und wieder investiert?
- die Zinsen alle 3 Monate abhebt und wieder investiert?
- die Zinsen jeden Tag abhebt und wieder investiert?

Abgabetermin: 13.01.2012 vor der Vorlesung.