



Mathematik für Studierende der Biologie
und des Lehramtes Chemie
WS 2011-2012

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (1+1+1=3 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

(i) $\log(x+2) = 1 + \log(3x)$,

(ii) $13 \cdot 5^{3x} = 4^{x+1}$,

(iii) $2^{(5^x)} = 7^{(2^x)}$.

Aufgabe 2 (1+1+1+1+1=5 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte in $\mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$, falls diese existieren:

(a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^2 + 8x}{(x+2)^2}$, (b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 5x}{4x^3 + 7x^2 + 5x}$, (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \log\left(\frac{x^4 + 2}{x^3 + 5}\right)$,
(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{1}{2}\right)^x + \cos\left(\frac{2\pi x + 3}{x-2}\right) \right)$, (e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \exp \exp \exp \exp(-x^2)$.

Bemerkung: Sie dürfen verwenden, dass die Grenzwertsätze für Funktionen in Analogie zu den Grenzwertsätzen für Folgen gelten.

Aufgabe 3 (1+1+1+1+1=5 Punkte)

Stellen Sie fest, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie sie gegebenenfalls. Bestimmen Sie zunächst jeweils den Definitionsbereich der entsprechenden Funktionen und formen Sie die Terme geschickt um, bevor Sie die Grenzwertregeln oder die Grenzwertdefinition verwenden.

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1}$, (c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 1}$
(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x) \cos(x)}{x}$, (e) $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{\frac{x+1}{x}}$.

Aufgabe 4 (1+1+1+1+1=5 Punkte)

Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Stetigkeit in jedem Punkt ihres Definitionsbereiches:

(a)

$$H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad H(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases},$$

(b)

$$|\cdot| : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad |x| = x(2H(x) - 1),$$

(c)

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = H(\sin x),$$

(d)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x \leq 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & 0 < x < \pi \\ x, & x \geq \pi \end{cases},$$

(e)

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-2}), & x > 0 \end{cases}.$$

Abgabetermin: 20.01.2012 vor der Vorlesung.