Universität des Saarlandes
Fachbereich 6.1 Mathematik
Dr. R. Grzibovskis

Mathematik für Studierende der Biologie und des Lehramtes Chemie
WS 2011-2012

Übungsblatt 12

Aufgabe 1 (4+1=5 Punkte)

(a) Berechnen sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{(i)} \quad \int_0^1 \left(4\sqrt{x} - 2x^3\right) \mathrm{d}x, \qquad \text{(ii)} \quad \int_{-1}^1 e^{-3x} \mathrm{d}x,$$

$$\text{(iii)} \quad \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3}\right) \mathrm{d}x, \qquad \text{(iv)} \quad \int_9^{16} \sqrt{\frac{1}{x^3}} \mathrm{d}x.$$

(b) Welche Fläche liegt im Bereich zwischen 0 und π zwischen der x-Achse und der Sinusfunktion? Wie verhält es sich mit der Cosinusfunktion?

Aufgabe 2 (1+1+1+2=5 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{(i)} \quad \int_{-\pi}^{\pi} (x \sin x) \, \mathrm{d}x, \qquad \text{(ii)} \quad \int_0^1 \left(x^2 e^x\right) \mathrm{d}x,$$

$$\text{(iii)} \quad \int_0^2 \left(x \log\left(x^2+1\right)\right) \mathrm{d}x, \qquad \text{(iv)} \quad \int_0^1 \sqrt{1-x^2} \mathrm{d}x.$$

Hinweis: Wenden Sie in (i) und (ii) partielle Integration an. In Teil (iii) können Sie $u(x) = x^2 + 1$ substituieren. In (iv) ist es hilfreich, $x = \sin(u)$ bzw. $u(x) = \arcsin(x)$ zu substituieren. Das resultierende Integral sollte sich mit partieller Integration und $\sin^2(u) + \cos^2(u) = 1$ lösen lassen.

Aufgabe 3 (2+1+1+1=5 Punkte)

Berechnen sie die folgenden bestimmten Integrale:

$$\text{(i)} \quad \int_0^3 (1-x)\, e^{-x} \mathrm{d}x, \qquad \text{(ii)} \quad \int_1^5 \sqrt{2t-3} \mathrm{d}t$$
$$\text{(iii)} \quad \int_{-1}^1 \frac{u+1}{u^2+2u+4} \mathrm{d}u, \qquad \text{(iv)} \quad \int_0^1 \log \sqrt{2v+1} \mathrm{d}v$$

Hinweis: In (i) bietet sich partielle Integration an. In (ii) und (iii) hilft eine geeignete Substitution weiter. In (iv) sollten Sie sich die Rechenregeln des Logarithmus in Erinnerung rufen (schreiben Sie $\log(\sqrt{x})$ um) und anschließend geeignet substituieren.

Aufgabe 4 (3+2=5 Punkte)

Finden Sie zu folgender Funktion eine Stammfunktion:

(a) $f_1 : \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\} \to \mathbb{R}, \quad f_1(x) = \dfrac{x+5}{(x+3)(x-1)},$

(b) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f_2(x) = \dfrac{1}{1+e^x}.$

Hinweis: Finden Sie in Teil (a) zunächst Zahlen A, B mit

$$\frac{1}{(x+3)(x-1)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-1}$$

(dieses Verfahren nennt man **Partialbruchzerlegung**) und integrieren Sie dann. In Teil (b) sollten Sie die Substitution $y(x) = e^x$ durchführen und dann Partialbruchzerlegung anwenden.

Abgabetermin: 10.02.2012 vor der Vorlesung.