Universität des Saarlandes
Fachrichtung – Mathematik
PD Dr. Darya Apushkinskaya

Mathematik für Informatiker 1 (WS 2020/2021)
Blatt 2

Aufgabe 1 (6=3+3 Punkte)

(i) Zeigen Sie durch einen direkten Beweis, dass

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

für alle reellen Zahlen $q \neq 1$ und alle $n \in \mathbb{N}_0$ gilt.

(ii) Zeigen Sie mittels eines Beweises durch Widerspruch, dass

$$q + \frac{1}{q} \geq 2$$

für alle reellen Zahlen $q > 0$ gilt.

Aufgabe 2 (7=3+4 Punkte)

Zeigen Sie *mittels vollständiger Induktion*, dass

(i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für alle $n \in \mathbb{N}$

(ii) für alle $n = 0, 1, 2, \ldots$ die Zahl $a_n := 7^{2n} - 2^n$ durch 47 teilbar ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Gegeben seien die Grundmenge $G = \{1, 2, 3, 4\}$ sowie die Relation $R \subset G \times G$ mit

$$R = \{(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 4)\}.$$

Prüfen Sie für diese Relation, ob sie symmetrisch, transitiv oder reflexiv ist.

Aufgabe 4* (optional, 5 Bonuspunkte)

Geben Sie für jede der Aussagen

(i) "Es gibt einen, der mit allen Entscheidungen zufrieden ist."

(ii) "Es gibt eine Entscheidung, mit der alle zufrieden sind."

(iii) "Es gibt keine Entscheidung, mit der alle zufrieden sind."

(iv) "Alle sind mit jeder Entscheidung zufrieden."

(v) "Es gibt keinen, der mit allen Entscheidungen unzufrieden ist."

an, ob sie eine Negation des Satzes "Jede Entscheidung schafft Unzufriedene." ist.

Hinweis: Betrachten Sie die Menge X aller Menschen, die Menge Y aller Entscheidungen und die Eigenschaft $A(x, y)$,

$$A(x, y) := \text{ Der Mensch } x \text{ is mit der Entscheidung } y \text{ zufrieden;}$$

sowie benutzen Sie die Quantoren.

Abgabe: Mittwoch, 18.11.2020 um 23:59.