Universität des Saarlandes
Fachrichtung – Mathematik
PD Dr. Darya Apushkinskaya

Mathematik für Informatiker 1 (WS 2020/2021)
Blatt 3

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Gegeben sei eine Menge S von Bewohnerinnen und Bewohnern des Saarlandes, wobei wir der Einfachheit halber annehmen, dass keine zwei Personen in S exakt gleiche Körpergröße haben. Wir definieren für $x, y \in S$ folgende Relationen:

- xR_1y : x ist mindestens gleich groß wie y
- xR_2y : x ist mindestens gleich groß und mindestens gleich schwer wie y
- xR_3y : x ist mindestens gleich groß oder mindestens gleich schwer wie y
- xR_4y : x hat dieselbe Mutter wie y
- xR_5y : x hat denselben Onkel wie y

Stellen Sie für jede der Relationen fest, ob es sich um eine Teilordnung, eine Totalordnung, eine Äquivalenzrelation handelt.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind injektiv? Welche sind surjektiv? Welche sind bijektiv? Berechnen Sie in jedem Fall $f([-1, 1])$ und $f^{-1}([-1, 1])$.

(a) $f_1(x) := \begin{cases} x - 1, & x \geq 0 \\ x + 1, & x < 0. \end{cases}$

(b) $f_2(x) := \begin{cases} -x - 1, & x \geq 0 \\ -x + 1, & x < 0. \end{cases}$

(c) $f_3(x) := \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x, & x < 0. \end{cases}$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für zwei Abbildungen $f : A \to B$ und $g : B \to C$ folgendes gilt:

(i) $g \circ f$ injektiv $\Rightarrow$ f injektiv;

(ii) $g \circ f$ surjektiv, g injektiv $\Rightarrow$ f surjektiv.

Aufgabe 4* (optional, 4 Bonuspunkte)

(i) Es seien X und Y beliebige nichtleere Mengen und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Beweisen Sie, dass $A \subset f^{-1}(f(A))$ für alle Teilmengen A von X.

(ii) Geben Sie eine Abbildung $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und eine Teilmenge A von $\mathbb{R}$ an, so dass die Inklusion in (i) echt ist, d.h. so dass gilt $A \subsetneqq f^{-1}(f(A))$.

Abgabe: Mittwoch, 25.11.2020 um 23:59.