



Mathematik für Informatiker 1 (WS 2020/2021)
Blatt 8

Aufgabe 1 (3 Punkte)

$$\text{Sei } a_n := \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n, & \text{falls } n \text{ gerade ist,} \\ \left(\frac{1}{3}\right)^n, & \text{falls } n \text{ ungerade ist.} \end{cases}$$

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ mittels Quotientenkriteriums und mittels Wurzelkriteriums. Bestimmen Sie die Summe der Reihe.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

1. Sei $a \in \mathbb{R}$. Betrachte $F(a) := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$. Zeigen Sie, dass für beliebige $a, b \in \mathbb{R}$ das Cauchy-Produkt der Reihen $F(a)$ und $F(b)$ mit der Reihe $F(a+b)$ übereinstimmt.
2. Berechnen Sie $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left(-\frac{1}{3}\right)^k$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

1. Finden Sie die Dualdarstellung (d.h. 2-adische Darstellung) der Zahl $(6, 024E4)_{10}$.
2. Finden Sie die Hexadezimaldarstellung (d.h. 16-adische Darstellung) der Zahl $(6, 024E4)_{10}$.

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| Dezimal | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Hexadezimal | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | a | b | c | d | e | f |

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Zeigen Sie die Ungleichung

$$\left((\sqrt[n]{n} - 1) + 1\right)^n \geq 1 + \frac{n(n-1)}{2}(\sqrt[n]{n} - 1)^2, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Zeigen Sie mit Hilfe dieser Ungleichung, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1.$$

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Sei $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$. Stellen Sie die Funktion $\sqrt[5]{(1-x)^3}$ als Binomialreihe dar. Bestimmen Sie die ersten vier Koeffizienten dieser Binomialreihe.

Abgabe: Mittwoch, 13.01.2021 till 23:59.