Universität des Saarlandes
Fachbereich 6.1 Mathematik
Dr. R. Grzibovskis

Übungen zur Vorlesung
Analysis auf Mannigfaltigkeiten
SS 2012

Blatt 9

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $w = f\mathrm{d}\mathbf{x} \in \Omega^1([0,1])$ eine 1-Form mit $f(0) = f(1)$. Zeigen Sie, dass es eine Zahl λ gibt, sodass $w - \lambda \mathrm{d}\mathbf{x} = \mathrm{d}g$, wobei die Funktion g die Bedingung $g(0) = g(1)$ erfüllt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Betrachten Sie den folgenden singulären 1-Würfel

$$c_{R,n}(t) = (R\cos(2\pi nt), R\sin(2\pi nt)),$$

wobei $R > 0$, und die 1-Form

$$w = \frac{-x^2}{(x^1)^2 + (x^2)^2}\mathrm{d}\mathbf{x}^1 + \frac{x^1}{(x^1)^2 + (x^2)^2}\mathrm{d}\mathbf{x}^2.$$

auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$. Zeigen Sie, dass $\int_{c_{R,n}} w = 2\pi n$. Gibt es eine 2-Kette c auf $\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$, sodass $c_{R,n} = \partial c$?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass ein k-dimensionaler Unterraum von $\mathbb{R}^n$ eine k-dimensionale Mannigfaltigkeit ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Betrachten Sie eine Funktion $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ und die Menge $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^{n+m} : y = f(x)\} \subset \mathbb{R}^{n+m}$. Zeigen Sie, dass die Menge G eine n-dimensionale Mannigfaltigkeit ist genau dann, wenn f differenzierbar (C^∞) ist.

Abgabetermin : Mittwoch, 27.06.12 vor der Vorlesung.