UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

1. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2016-2017

Abgabe: Freitag, 4.11.2016, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

1+1+1+1+2+2=8 Punkte

Die Mengen M_k, $k = 1, 2, 3, 4$, seien wie folgt definiert

$$M_1 = \{-2, -1, 3, 4, 5, 6\}, \qquad M_2 = \{n \in \mathbb{N} : n \geq 6\},$$
$$M_3 = \{2n : n \in \mathbb{N}\}, \qquad M_4 = \{2n + 1 : n \in \mathbb{N}\}.$$

Bestimmen Sie die Mengen

$$M_1 \cup M_2, \quad M_1 \cap M_2, \quad M_3 \cap M_4, \quad M_1 \setminus M_3,$$
$$M_1 \cap (M_3 \setminus M_2), \quad (M_4 \setminus M_3) \cap (M_1 \setminus M_2).$$

2. Aufgabe

3+5=8 Punkte

(a) Seien A, B, $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ vier Mengen, für die $A \subset \tilde{A}$ und $B \subset \tilde{B}$ gilt. Zeigen Sie, dass $(A \cup B) \subset (\tilde{A} \cup \tilde{B})$ gilt.

(b) Nutzen Sie die Regeln von de Morgan (die für beliebigen Mengen A, B und C gelten)

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C),$$
$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$$

und den Teil (a) um zu Zeigen dass

$$((A \cup (B \cap C)) \setminus (B \cap A)) \subset (A \cup C)$$

für beliebigen Mengen A, B und C gilt.

3. Aufgabe

4+4=8 Punkte

Seien A eine endliche Menge und $f : A \to A$ eine Funktion. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Ist f injektiv, so ist sie bijektiv.

(b) Ist f surjektiv, so ist sie bijektiv.

4. Aufgabe

4+4=8 Punkte

(a) Berechnen Sie den Wert der Summe

$$\sum_{k=1}^{5} \frac{\frac{1}{k}}{\frac{k+1}{k^2} - \frac{1}{k}}.$$

(b) Gegeben seien Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ durch $f(x) = x + 1$ bzw. $g(x) = x$. Vereinfachen Sie für beliebiges $n \in \mathbb{N}$ die folgenden Ausdrücke:

i) $\displaystyle\prod_{i=1}^{n} \frac{f(i)}{g(i)},$

ii) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} f(i) - \sum_{k=0}^{n-1} g(k).$