UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

2. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2016-2017

Abgabe: Freitag, 11.11.2016, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

4+4=8 Punkte

(a) Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke mit Hilfe des Summenzeichens $\sum$ bzw. des Produktzeichens $\prod$:

(i) $2 + 4 + 6 + \ldots + 98 + 100$,

(ii) $1 - 3 + 9 - 27 + 81$,

(iii) $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 17$,

(iv) $1 + 0.1 + 0.01 + \ldots + \dfrac{1}{10^{16}}$.

(b) Für $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ seien $a_n = 2n - 1$ und $b_n = 3n$. Bestimmen Sie:

$$\text{(i)} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=0}^{2} a_i b_j, \quad \text{(ii)} \prod_{k=1}^{3} (a_k b_{k+1}).$$

2. Aufgabe

1+1+1+2+3=8 Punkte

Sind die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv, bijektiv?

(i) $f_1 : \mathbb{R} \to [1, \infty)$, $f_1(\xi) = \xi^2 + 1$,

(ii) $f_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_2(y) = -y - 1$,

(iii) $f_3 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_3(x) = \frac{1}{1+x^2}$,

(iv) $f_4 : [0, \infty) \to (0, 1]$, $f_4(x) = f_3(x)$,

(v) $f_5 : [0, \infty) \to (0, 1]$, $f_5(x) = (f_4 \circ f_1)(x)$.

3. Aufgabe

2+2+2+2=8 Punkte

Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch vollständiger Induktion.

(a) $1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ für alle $n \in \mathbb{N}$;

(b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$;

(c) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$;

(d) Die Zahl $5^{2n} - 3^{2n}$ ist für alle $n \in \mathbb{N}$ durch 8 teilbar.

4. Aufgabe

0.5+0.5+0.5+0.5+1+1+2+2=8 Punkte

Bestimmen Sie jeweils alle $x \in \mathbb{R}$, für die die folgenden Ungleichungen gültig sind:

a) $5x - 4 < 3x - 1$	e) $\lvert x + 100 \rvert > 200$
b) $-\dfrac{3}{2}(x-5) < 7$	f) $x^2 - 2 < 0$
c) $\dfrac{1}{x} \leq 5$	g) $2x^2 + 3x - 2 \geq 0$
d) $\dfrac{2-3x}{4x+5} \leq \dfrac{1}{2}$	h) $9x^2 + 12x + 9 \leq 5$