UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

2. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Sommersemester 2015

Abgabe: Donnerstag, 7.5.2015

---

1. Aufgabe

1+5 Punkte
Betrachten Sie die Menge

$$\mathbb{V} = \left\{ f : [0,1] \to \mathbb{R}, f \text{ ist zweimal differenzierbar und } f'' = f \right\}$$

mit der Addition

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x), \text{ für alle } x \in [0,1] \text{ und } f, g \in \mathbb{V},$$

und der Multiplikation

$$(\alpha g)(x) = \alpha g(x), \text{ für alle } x \in [0,1] \text{ und } g \in \mathbb{V}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass die Menge $\mathbb{V}$ nicht leer ist. (Hinweis: Finden Sie ein Element, das in $\mathbb{V}$ liegt.)
Zeigen Sie, dass $(\mathbb{V}, +, \cdot)$ ein Vektorraum ist.

2. Aufgabe

6.5+11 Punkte

1. Lösen Sie das folgende Gleichungssystem.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} -2x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & -1 \\ & & 5x_2 & - & x_3 & - & 2x_4 & = & 1 \\ -3x_1 & - & 10x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_3 & = & -3 \\ 4x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & - & 2x_4 & = & 2 \end{array}$$

2. Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -a & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & a & 3 \end{array} \right)$$

anbhängig vom Parameter a. Für welche a gibt es eine eindeutige Lösung, unendlich viele Lösungen, keine Lösung?

3. Aufgabe

3+3 Punkte

1. Zeigen Sie die lineare Unabhängigkeit der drei Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

2. Stellen Sie den Vektor

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

als Linearkombination dieser Vektoren dar.

4. Aufgabe

4+1.5 Punkte

Gegeben seien die Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

1. Berechnen Sie die Skalarprodukte aller möglichen Kombinationen der Vektoren einschließlich der Vektoren mit sich selbst. Welche Vektoren stehen senkrecht aufeinander?

2. Berechnen Sie die Euklidischen Normen der Vektoren.