

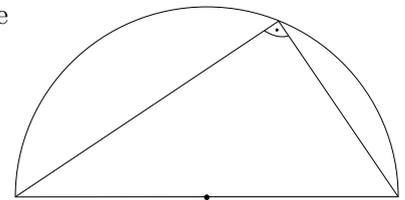
3. Übung zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler II
Sommersemester 2014

Abgabe: Donnerstag, 8.5.2013

1. Aufgabe

10 Punkte

Beweisen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung den *Satz von Thales*: "Alle Winkel am Halbkreisbogen sind rechte Winkel."



2. Aufgabe

1+2+2+3+4 Punkte

Bilden Sie mit den Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

die folgenden Produkte

1. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$,
2. $(\mathbf{a} - \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{c})$,
3. $\mathbf{b} \times \mathbf{c}$,
4. $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} - \mathbf{b})$,
5. $[\mathbf{a}, \mathbf{c}, \mathbf{b}]$.

3. Aufgabe

4+5 Punkte

Betrachten Sie die Vektoren

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 14 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} u \\ 1 \\ v \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Parameter u und v so, dass \mathbf{c} senkrecht auf \mathbf{a} und \mathbf{b} steht unter ausschließlicher Verwendung von

1. Skalarprodukten,
2. Vektorprodukten.

4. Aufgabe

2+2+3+2 Punkte

Betrachten Sie die Punkte

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

1. Zeigen Sie, dass die drei Punkte eine Ebene E bestimmen.
2. Bestimmen Sie die Parameterdarstellung

$$E = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 : \mathbf{x} = \mathbf{a} + \alpha \mathbf{v} + \beta \mathbf{w}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$$

der Ebene.

3. Bilden Sie die Hessesche Normalform von E .
4. Liegen die Punkte

$$\mathbf{p}_4 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{p}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

in E ?