

3. Übung zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV
Sommersemester 2014

Abgabe: Dienstag, 13.5.2014, vor der Vorlesung

1. Aufgabe

1.5 + 2 + 0.5 Punkte

Die einzige Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^5 - 3x + 4$$

soll mit dem Newton-Verfahren bestimmt werden.

1. Welche Konvergenzordnung ist mit dem Newton-Verfahren zu erwarten?
2. Berechnen Sie, ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$, die Folgenglieder $x_k, k = 1, \dots, 6$. Was beobachten Sie?
3. Wieso stellt das Ergebnis aus 2. keinen Widerspruch zum Konvergenzkriterium des Newton-Verfahrens dar?

2. Aufgabe

1 + 1 + 3 Punkte

Gesucht sind die Schnittpunkte der Flächen

$$M_1 = \left\{ (x, y)^\top \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 6y^2 = 16 \right\},$$

$$M_2 = \left\{ (x, y)^\top \in \mathbb{R}^2 : xy + x = 2 \right\}.$$

1. Die Lösung des Problems soll als Nullstellenproblem für eine Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dargestellt werden. Geben Sie die Funktion f an.
2. Formulieren Sie das Newton-Verfahren zur Lösung dieses Nullstellenproblems.
3. Führen Sie ausgehend vom Startwert $(x_0, y_0)^\top = (4, -1)^\top$ zwei Schritte des Newton-Verfahrens durch.

3. Aufgabe

3 Punkte

Transformieren Sie für $y = y(t), t \geq 0$ das folgende Anfangswertproblem dritter Ordnung in ein System erster Ordnung der Form $Y' = A(t)Y + b(t), Y(0) = Y_0$:

$$3y''' - e^t y'' + 2t^2 y' - 4 \cos(t)y = \sin(t) - t^3, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = -1.$$

4. Aufgabe

2 + 2 Punkte

Überprüfen Sie, ob die folgenden Anfangswertprobleme in $D = \{(t, y) \in [0, 1] \times [0, 1]\}$ eine eindeutige Lösung besitzen, ohne die Lösung analytisch zu berechnen:

1. $y' = \sin(1+t)\sqrt{1+y}$, $t \geq 0$, $y(0) = 1$,

2. $y' = y^{\frac{2}{3}}$, $t \geq 0$, $y(0) = 0$.