UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

3. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2016-2017

Abgabe: Freitag, 18.11.2016, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

2+2+4=8 Punkte

(a) Seien die Zahlen $m \in \mathbb{Z}$ und $n \in \mathbb{N}$ so gewählt, dass $m^2 = 2n^2$ gilt.
   (i) Zeigen Sie, dass in diesem Fall m gerade sein muss.
   (ii) Zeigen Sie, dass in diesem Fall n gerade sein muss.

(b) Zeigen Sie, dass keine rationale Zahl $x \in \mathbb{Q}$ existiert mit $x^2 = 2$.

Hisweise:

1. Führen Sie für die Aussagen aus (a) und (b) Wiederspruchbeweise.
2. Jede ungerade Zahl ist darstellbar als $2k + 1$ mit $k \in \mathbb{Z}$.

2. Aufgabe

3+3=6 Punkte

(a) Es seien $x, y \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

$$x \leq |x|,$$
$$-|y| \leq x \leq |y| \Leftrightarrow |x| \leq |y|.$$

(b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ gilt $|x - 2| \geq |x - 1|$.

3. Aufgabe

3+3=6 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass eine streng monotone Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nicht periodisch sein kann.

(b) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine gerade monotone Funktion. Zeigen Sie, dass f konstant sein muss.

4. Aufgabe

8 Punkte
Seien $a, b, c \in \mathbb{R}$ drei Zahlen so gewählt, dass die Ungleichung $c(a + b + c) < 0$ gilt. Zeigen Sie, dass in diesem Fall die Ungleichung $b^2 > 4ac$ gelten muss.
Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$.