

5. Übung zur Vorlesung  
**Höhere Mathematik für Ingenieure IV**  
Sommersemester 2014

Abgabe: Dienstag, 27.5.2014, vor der Vorlesung

---

## 1. Aufgabe

*0.5 + 4 + 1.5 Punkte*

Gegeben Sei das Anfangswertproblem

$$y' = -y \sin(t) \quad , \quad t > 0 \quad , \quad y(0) = e.$$

1. Zeigen Sie, dass  $y(t) = e^{\cos(t)}$  das Anfangswertproblem löst.
2. Nähern Sie diese Lösung mit Hilfe des expliziten Euler-Verfahrens zur Schrittwerte  $h = 0.2$  und  $h = 0.1$  im Intervall  $[0,1]$ . Was stellen Sie fest?
3. Zeichnen Sie die exakte Lösung und die beiden Näherungen.

## 2. Aufgabe

*2 + 2 + 1 Punkte*

Betrachten Sie das Anfangswertproblem

$$y' = -100y \quad , \quad t > 0 \quad , \quad y(0) = 1.$$

1. Das Problem soll mit dem expliziten Euler-Verfahren zur Schrittwerte  $h = 0.05$  numerisch gelöst werden. Berechnen Sie die ersten vier Werte  $y_1, \dots, y_4$ .
2. Berechnen Sie  $y_1, \dots, y_4$  mit dem impliziten Euler-Verfahren für  $h = 0.05$ .
3. Vergleichen Sie die Ergebnisse aus 1. und 2. mit der exakten Lösung  $y(t) = e^{-100t}$ .

### 3. Aufgabe

1.5 + 3.5 Punkte

Gegeben sei das Anfangswertproblem

$$y'' + \frac{2}{1+t}y' - y = t \quad , \quad t \geq 0 \quad , \quad y(0) = 1 \quad , \quad y'(0) = 0,$$

das mit Hilfe des sogenannten *verbesserten Euler-Verfahrens*

$$\begin{aligned} y_{\text{hilf}} &= y_k + \frac{h}{2}f(t_k, y_k), \\ y_{k+1} &= y_k + hf\left(t_k + \frac{h}{2}, y_{\text{hilf}}\right) \end{aligned}$$

numerisch gelöst werden soll.

1. Transformieren Sie dieses Anfangswertproblem 2. Ordnung auf ein System 1. Ordnung der Form  $Y' = f(t, Y)$ ,  $Y(0) = Y_0$ .
2. Führen Sie zwei Schritte des verbesserten Euler-Verfahrens mit  $h = 1$  durch.