UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

5. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2016-2017

Abgabe: Freitag, 2.12.2016, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

2+2+2=6 Punkte
Skizzieren Sie folgenden Teilmengen von $\mathbb{C}$:

(a) $A = \{z \in \mathbb{C} : \mathrm{Re} z < 1\}$,

(b) $B = \{z \in \mathbb{C} : \pi/4 \le \arg z \le 5\pi/6\}$,

(c) $C = \{z \in \mathbb{C} : |z + 1 + \mathbf{i}| \le 2\}$.

2. Aufgabe

2+3+3=8 Punkte
Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen über $\mathbb{C}$:

(a) $z^2 = -3\mathbf{i}$,

(b) $z^2 - 4z + 29 = 0$,

(b) $z^2 - z(2\mathbf{i} + 2\sqrt{2}) + 1 + (16 + 2\sqrt{2})\mathbf{i} = 0$.

3. Aufgabe

4+4=8 Punkte
Finden Sie ein $a \in \mathbb{R}$ und zu gegebenem $\varepsilon > 0$ ein $N(\varepsilon)$ derart, dass $|a_n - a| < \varepsilon$ für alle $n > N(\varepsilon)$, falls

(i) $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$,

(ii) $a_n = \dfrac{n^2}{n^2 + 1}$.

4. Aufgabe

4+4=8 Punkte
Es sei $s \in \mathbb{R}$ fixiert. Für $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ sei $q_n = \sum_{k=0}^{n} s^k$.

(a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: Ist $s \neq 1$, so gilt für alle $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$q_n = \frac{1 - s^{n+1}}{1 - s}.$$

(b) Für welche $s \in \mathbb{R}$ konvergiert die Folge $(q_n)_n$? Berechnen Sie in diesen fallen $\lim\limits_{n\to\infty} q_n$.