

6. Übung zur Vorlesung  
**Mathematik für Naturwissenschaftler II**  
Sommersemester 2015

Abgabe: Donnerstag, 28.5.2015, vor der Vorlesung

---

### 1. Aufgabe

4+4 Punkte

1. Welche Werte müssen  $a$  und  $b$  haben, damit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$$

die Gleichung

$$A^T A = \begin{pmatrix} 17 & 11 \\ 11 & 13 \end{pmatrix}$$

erfüllt?

2. Bestimmen Sie alle Matrizen  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ , deren Matrixprodukt mit

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

kommutativ ist (d.h. die Bedingung  $AB = BA$  erfüllen).

### 2. Aufgabe

15 Punkte

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

### 3. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie die Determinante der Dreiecksmatrix

$$L = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ a_{n1} & \dots & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

## 4. Aufgabe

7 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Matrizen orthogonal sind und bestimmen Sie ihre Inversen

$$A = \begin{pmatrix} \sin(\alpha) & -\cos(\alpha) & 0 \\ \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$