

6. Übung zur Vorlesung  
**Mathematik für Naturwissenschaftler II**  
Sommersemester 2015

Abgabe: Dienstag, 9.6.2015 vor der Vorlesung

---

### 1. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

### 2. Aufgabe

3+6+4+2 Punkte

Betrachten Sie die quadratische Form

$$q(\mathbf{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + \sqrt{2}x_1 - \sqrt{2}x_2.$$

1. Geben Sie eine symmetrische  $2 \times 2$ -Matrix  $A$  sowie  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$  und  $c \in \mathbb{R}$  an, sodass

$$q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c.$$

2. Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix  $D$  und eine orthogonale Matrix  $S$  mit  $\det(S) = 1$ , sodass  $A = SDS^T$ .
3. Substituieren Sie  $\mathbf{x} = S\mathbf{y}$  in  $q(\mathbf{x})$  und geben Sie die entstehende Gleichung  $q(S\mathbf{y}) = 0$  an.
4. Welchem geometrischen Objekt entspricht die Lösungsmenge der Gleichung  $q(S\mathbf{y}) = 0$ ?

### 3. Aufgabe

6+9 Punkte

Gegeben sei der Vektor  $v \in \mathbb{R}^n$  mit  $v_1 \neq 0$  und  $\|v\| = 1$ . Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von  $vv^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$  wenn

1.  $n = 2$ ,
2.  $n = 3$ .

*Hinweis:* Überprüfen Sie ob der Vektor  $v$  ein Eigenvektor zu  $vv^T$  ist.