

7. Übung zur Vorlesung  
**Mathematik für Naturwissenschaftler I**  
Wintersemester 2013/2014

Abgabe: Freitag, 6.12.2013, vor der Vorlesung

---

### 1. Aufgabe

*2+2+2+2+2 Punkte*

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf (absolute) Konvergenz und Divergenz:

1.  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{k}\right),$

2.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^4}{k^4 + 2k + 1},$

3.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 + 2k^2 + 4k + 1}{k^5 + 8k^3 + k + 4},$

4.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{3k^2 + 2},$

5.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2^k)}{2^k}.$

### 2. Aufgabe

*5+5 Punkte*

Untersuchen Sie die folgende Reihen auf (absolute) Konvergenz und Divergenz:

1.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k k}{k^2 + 1},$

2.  $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{1}{3}}.$

### 3. Aufgabe

3+3+4 Punkte

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf (absolute) Konvergenz und Divergenz:

1.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{3^k},$

2.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k!},$

3.  $\sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{-9k - 10}{10k} \right)^k .$

### 4. Aufgabe

5+5 Punkte

Bestimmen Sie jeweils alle  $\alpha > 0$  so, dass die folgenden Reihen konvergieren:

1.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k + k^\alpha},$

2.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^\alpha}{1 + k^2}.$