



8. Übung zur Vorlesung
Mathematik für Naturwissenschaftler I
Wintersemester 2013/2014

Abgabe: Freitag, 13.12.2013, vor der Vorlesung

1. Aufgabe

1.5+1.5+2+2+1.5+1.5 Punkte

Welche der folgenden Reihen konvergieren?

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n+1},$

2. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2+k+1},$

3. $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} + \frac{27}{256} + \frac{81}{1024} + \dots,$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} \right),$

5. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{4^k},$

6. $\sum_{j=3}^{\infty} \frac{j+2}{j^2-4}.$

2. Aufgabe

3+4+3 Punkte

Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen:

1. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(3^{-k} + \frac{1}{3^{k+1}} \right),$

2. $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)},$

Hinweis: Partialbruchzerlegung,

3. $\sum_{k=1}^{\infty} \left(5^{-k} \frac{2^k + 1 + 2^{-k}}{3} \right).$

3. Aufgabe

1+1+2+2+2+2 Punkte

Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren bzw. divergieren die folgenden Reihen:

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n} (x-1)^2,$

2. $\sum_{n=0}^{\infty} n(x-1)^n,$

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^n} (x-2)^n,$

4. $\sum_{n=0}^{200} (n!)^n (x+2)^n,$

5. $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n},$

6. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{x^{2k} + 1}.$

4. Aufgabe

5+5 Punkte

1. Drücken Sie $\sin(3x)$ in Termen von $\sin(x)$ aus.

2. Drücken Sie $\cos(4x)$ in Termen von $\cos(x)$ aus.

Hinweis: Verwenden Sie die Eulersche Formel $\cos(nx) + i \sin(nx) = e^{inx}$.