UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis

9. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2016-2017

Abgabe: Freitag, 13.1.2017, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

3+3=6 Punkte

(a) Zeigen Sie, dass die Gleichung
$$\exp(x) = 3x$$
(mindestens) eine Lösung $x \in (0,1)$ hat.

(b) Es sei $f : [0,1] \to [0,1]$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass ein Punkt $\xi \in [0,1]$ existiert mit $f(\xi) = \xi$. Ein solches ξ nennt man Fixpunkt von f. (Hinweis: Wenden Sie den Zwischenwertsatz auf die Funktion $g : [0,1] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - x$, an.)

2. Aufgabe

2+2+3=7 Punkte
Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Differenzierbarkeit in jedem Punkt ihres Definitionsbereiches:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x},\ x \neq 0,$ (b) $f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ \exp\left(-x^2\right), & x > 0 \end{cases},$ (c) $f(x) = \sin(|x|),\ x \in \mathbb{R}.$

3. Aufgabe

10·2=20 Punkte

Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen dort, wo sie definiert sind

(a) $f_1(x) = \dfrac{\exp x}{x^2},$ (b) $f_2(x) = \log(x \exp x),$ (c) $f_3(x) = \tan^2(x),$

(d) $f_4(x) = \dfrac{x^2 - 3}{\sqrt{x}},$ (e) $f_5(x) = 2^x(3 - 9x - \sin\cos x),$ (f) $f_6(x) = (8x)^{9x},$

(g) $f_7(t) = t^2 \log\left(t^2 + 1\right),$ (h) $f_8(x) = \dfrac{\sinh x}{\cosh x},$ (i) $f_9(x) = \cos\left(\dfrac{xe^x}{1 - x}\right),$

(j) $f_{10}(x) = \arcsin\left(\sqrt{1 - x^2}\right).$