UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis
Dipl.-Math. E. Krämer

10. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2013/2014

Abgabe: Freitag, 10.1.2014, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

(3+4)+(1+1+1) Punkte

1. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen in jedem Punkt x_0 ihres Definitionsbereiches auf Differenzierbarkeit und berechnen Sie gegebenenfalls die Ableitung. Verwenden Sie dazu nur die Definition der Differenzierbarkeit aus der Vorlesung.
   a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^3$.
   b) $g : [0, \infty) \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sqrt{x}$.
   Hinweis: Erweitern Sie den Differenzenquotienten mit $\sqrt{x} + \sqrt{x_0}$.
2. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:
   a) $f_1(x) = x^2 \ln(1 + x^2)$,
   b) $f_2(x) = \cos\left(\frac{xe^x}{1-x}\right)$,
   c) $f_3(x) = \arcsin\left(\sqrt{1-x^2}\right)$.

2. Aufgabe

5+5 Punkte

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2 + 4x + 6$.

1. Sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig. Stellen Sie die Geradengleichung der Tangenten T_a an den Graphen von f im Punkt $\big(a, f(a)\big)$ auf.
2. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a \neq b$. In welchem Punkt schneiden sich die Geraden T_a und T_b?

3. Aufgabe

5+5 Punkte

Sei $f : [-3, 3] \to \mathbb{R},\ x \mapsto |x^3 - 3x + 2|$.

1. Geben Sie alle Punke $x \in (-3, 3)$ an, in denen f differenzierbar ist und bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extremstellen von f.
2. Es soll eine zylindrische Dose mit Volumen V hergestellt werden. Welche Höhe h und welchen Durchmesser d muss die Dose haben, wenn möglichst wenig Material verbraucht werden soll?

4. Aufgabe

5+5 Punkte

Zeigen Sie

1. $\ln(x) \leq x - 1$ für alle $x \in (0, \infty)$,
2. $1 + x \leq e^x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

Hinweis: Mittelwertsatz und Fallunterscheidungen.