UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis
Dipl.-Math. E. Krämer

10. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler II

Sommersemester 2014

Abgabe: Donnerstag, 26.6.2013 vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

8 Punkte

Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 1.$$

2. Aufgabe

3+2+4+4 Punkte

Betrachten Sie die Kurve $\gamma : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}^2$,

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} t - \sin(t) \\ 1 - \cos(t) \end{pmatrix}.$$

1. Bestimmen Sie die Werte $\gamma(t)$ für $t = k\frac{\pi}{2}, k = 0, \cdots, 8$.
2. Skizzieren Sie die Spur der Kurve.
3. In welchen Parameterwerten ist γ regulär?
4. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve.

Hinweis: Es gilt $\cos(2t) = 1 - 2\sin^2(t)$.

3. Aufgabe

3+3+4 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale:

1. $\int_\gamma x\,dx + xy\,dy$ mit der Kurve γ von $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $y = x$,
2. $\int_\gamma x\,dx + xy\,dy$ mit der Kurve γ von $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ nach $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $y = \sqrt{x}$,
3. $\int_\gamma \langle F, dx \rangle$ mit $F(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{z}{x} \\ \frac{z}{y} \\ \ln(xy) \end{pmatrix}$ und $\gamma : [0, 1] \to \mathbb{R}^3, \gamma(t) = \begin{pmatrix} e^{t^2} \\ 1 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \end{pmatrix}$.

4. Aufgabe

9 Punkte

Zeigen Sie, dass die folgenden Vektorfelder konservativ sind:

$$F_1(x,y,z) = \begin{pmatrix} 3x^2 \\ 3y^2 \\ 3z^2 \end{pmatrix} \quad , \quad F_2(x,y,z) = \begin{pmatrix} yze^{xyz} \\ xze^{xyz} \\ xye^{xyz} \end{pmatrix} \quad , \quad F_3(x,y) = \begin{pmatrix} y^2\sin(x) - 2x \\ -2y\cos(x) + 4y \end{pmatrix}.$$