

10. Übung zur Vorlesung  
**Mathematik für Naturwissenschaftler II**  
Sommersemester 2015

Abgabe: Donnerstag, 2.7.2015 vor der Vorlesung

---

### 1. Aufgabe

8 Punkte

Ermitteln Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 1.$$

### 2. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie alle Extrema und ihre Art der Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = (x^2 + 2y^2)e^{-x^2 - y^2}$ .

### 3. Aufgabe

3+2+4+4 Punkte

Betrachten Sie die Kurve die durch  $\gamma : [0, 4\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} t - \sin(t) \\ 1 - \cos(t) \end{pmatrix}$$

definiert ist.

1. Bestimmen Sie die Punkte  $\gamma(t)$  für  $t = k\frac{\pi}{2}$ ,  $k = 0, \dots, 8$ .
2. Skizzieren Sie die Kurve.
3. In welchen Parameterwerten ist  $\gamma$  regulär?
4. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve.

*Hinweis:* Es gilt  $\cos(2t) = 1 - 2\sin^2(t)$ .

## 4. Aufgabe

3+3+4 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale:

1.  $\int_{\gamma} x dx + xy dy$  mit der Kurve  $\gamma$  von  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  nach  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  mit  $y = x$ ,
2.  $\int_{\gamma} x dx + xy dy$  mit der Kurve  $\gamma$  von  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  nach  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  mit  $y = \sqrt{x}$ ,
3.  $\int_{\gamma} \langle F, dx \rangle$  mit  $F(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{z}{x} \\ \frac{z}{y} \\ \ln(xy) \end{pmatrix}$  und  $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, \gamma(t) = \begin{pmatrix} e^{t^2} \\ 1 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \end{pmatrix}$ .