UNIVERSITÄT DES SAARLANDES
FR 6.1 Mathematik
Dr. Richards Grzibovskis
Dipl.-Math. E. Krämer

11. Übung zur Vorlesung

Mathematik für Naturwissenschaftler I

Wintersemester 2013/2014

Abgabe: Freitag, 17.1.2014, vor der Vorlesung

---

1. Aufgabe

10 Punkte

Diskutieren Sie die Funktion

$$f : \mathbb{R} \supset D \to \mathbb{R} \quad , \quad x \mapsto \frac{1+x^2}{x},$$

d.h. ermitteln Sie den maximalen Definitionsbereich, die Nullstellen, die Monotonieintervalle, die lokalen Extrema, das Krümmungsverhalten (d.h. die Bereiche, in denen die Funktion konvex bzw. konkav ist), die Grenzwerte bei $\pm\infty$ und gegebenenfalls bei Singularitäten (Polstellen) und skizzieren Sie den Graphen von f.

2. Aufgabe

2+2+3+3 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{-x^2}-1}{\sin(x)}$,
2. $\lim\limits_{x\to\infty} x \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$,
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x+x^2)-x}{x^2}$,
4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\cos(x)+e^x+e^{-x}-4}{x^4}$.

Hinweis: Regel von l'Hospital.

3. Aufgabe

4+6 Punkte

Zeigen Sie, dass die Funktionen $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \frac{1}{2}(x+|x|)\sqrt{|x|} \quad \text{und} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & ; \ x \neq 0 \\ 0 & ; \ x = 0 \end{cases}$$

differenzierbar sind und berechnen Sie $f'(x)$ und $g'(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Sind die Ableitungen f' bzw. g' stetig im Nullpunkt?

4. Aufgabe

10 Punkte

Bei zwei aufeinanderfolgenden chemischen Reaktionen wird die Konzentration c_B eines beim ersten Prozess entstehenden Stoffes B in Abhängigkeit von der Zeit gemessen ($t = 0$ bei Reaktionsbeginn). Man erhält einen Zusammenhang der Form

$$c_B(t) = e^{-k_2 t} \left(\frac{k_1 c_0}{k_2 - k_1} \right) \left(e^{(k_2 - k_1)t} - 1 \right),$$

wobei $k_1 = 0,2\,\mathrm{min}^{-1}$, $k_2 = 0,1\,\mathrm{min}^{-1}$ und $c_0 = 2$ ist. Zu welchem Zeitpunkt nach Beginn der Reaktion ist die größte Konzentration von B vorhanden? Wie groß ist diese Konzentration?