

11. Übung zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV
Sommersemester 2014

Abgabe: Dienstag, 8.7.2014, vor der Vorlesung

1. Aufgabe

2 Punkte

Bestimmen Sie das Stabilitätsgebiet der impliziten Mittelpunkregel und zeichnen Sie dieses.

2. Aufgabe

1.5 + 2 + 2.5 Punkte

Betrachten Sie das Testproblem

$$y' = -100y \quad , \quad t > 0 \quad , \quad y(0) = 1.$$

- Bestimmen Sie das Stabilitätsgebiet S des expliziten Euler-Verfahrens und den Wert μ^* mit $S \cap \mathbb{R}^- = [\mu^*, 0]$.
- Ermitteln Sie, wie groß die Schrittweite bei der Anwendung auf das Testproblem maximal sein darf, um die numerische Stabilität (A-Stabilität) des expliziten Euler-Verfahrens zu garantieren.
- Führen Sie die Schritte 1. und 2. auch für das implizite Euler-Verfahren durch und setzen Sie Ihr Ergebnis in Zusammenhang mit den Beobachtungen in Aufgabe 2, Blatt 5.

3. Aufgabe

4 Punkte

Betrachten Sie folgende Messreihe.

x_i	15	16	17	18	19
y_i	26.8	10.3	2.9	5.9	19.1

Bestimmen Sie die Koeffizienten α_j , $j = 1, 2, 3$, des Polynoms

$$p(x) = \alpha_1 + \alpha_2(x - a) + \alpha_3(x - a)^2 \quad \text{mit} \quad a = 17,$$

sodass $p(x)$ die Messreihe im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate möglichst gut beschreibt.

4. Aufgabe

0.5 + 1 + 3.5 Punkte

Aus einem Versuch zur gedämpften Schwingung erhält man die folgenden Messwerte.

x_i	0.1	0.2	0.3
y_i	0.395	10.134	-0.119

Die Schwingung soll durch die Funktion

$$f(x) = e^{\alpha_1 x} \cos(\alpha_2 \pi x)$$

beschrieben werden. Die Parameter $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)^\top \in \mathbb{R}^2$ sollen dabei mit dem Gauß-Newton-Verfahren so bestimmt werden, dass f die Messwerte möglichst gut approximiert.

1. Geben Sie die Fehlerfunktion $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit $F_i(\alpha) = f(x_i) - y_i$ explizit an.
2. Bestimmen Sie die zugehörige Jacobi-Matrix $J_F(\alpha)$.
3. Führen Sie, ausgehend vom Startwert $\alpha^{(0)} = (0, 1)^\top$, einen Schritt des Gauß-Newton-Verfahrens durch und vergleichen Sie die Fehler $\|F(\alpha^{(0)})\|$ und $\|F(\alpha^{(1)})\|$.
Runden Sie bei Ihren Rechnungen jeweils auf 3 Nachkommastellen.