

11. Übung zur Vorlesung  
**Mathematik für Naturwissenschaftler II**  
Sommersemester 2014

Abgabe: Donnerstag, 3.7.2014 vor der Vorlesung

---

### 1. Aufgabe

3+3+4 Punkte

Berechnen Sie die Integrale

1.  $\int_{-1}^3 \left( \int_0^1 3x^2 + 3y^2 + 4xy - 4x - 5y \, dx \right) dy,$

2.  $\int_0^1 \left( \int_0^1 x e^{xy} \, dx \right) dy,$

3.  $\int \left( \int \ln\left(\frac{y}{x}\right) \, dx \right) dy.$

### 2. Aufgabe

8 Punkte

Betrachten Sie die Funktion  $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y^2} & , \quad 0 < x < y \leq 1 \\ -\frac{1}{x^2} & , \quad 0 < y < x \leq 1 \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} .$$

Berechnen Sie die Integrale

$$\int_0^1 \left( \int_0^1 f(x, y) \, dx \right) dy \quad \text{und} \quad \int_0^1 \left( \int_0^1 f(x, y) \, dy \right) dx.$$

### 3. Aufgabe

5+6 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale

1.  $\int_M \frac{\sin(x)}{x} dx dy$  mit  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [0, 1], 0 \leq y \leq x\}$ ,

2.  $\int_M x + y^2 dx dy$ , wobei  $M$  das Dreieck mit den Eckpunkten  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  und  $(0, 1)$  ist.

### 4. Aufgabe

11 Punkte

Die Ebene  $x + y + z = 6$  bildet mit den drei Koordinatenebenen (also  $x = 0$ ,  $y = 0$  und  $z = 0$ ) eine gleichseitige Pyramide. Bestimmen Sie ihr Volumen.